

文章编号: 1003 - 207(2007)03 - 0006 - 08

具有平滑迁移的 ARFIMA 模型及其应用

刘金全, 李庆华, 郑挺国

(吉林大学数量经济研究中心, 吉林 长春 130021)

摘要: 本文基于描述长记忆性的 ARFIMA 模型和具有结构性转变的平滑迁移模型, 提出了联合检验两种时间序列性质的 STARFIMA 模型, 并给出了估计模型系数的估计方法和检验非线性的刀切似然比方法。应用我国通货膨胀率的时间序列数据, 我们应用 Logistic 型 STARFIMA 模型进行经验分析时发现, STARFIMA 模型具有比 ARFIMA 模型更好的模拟效果和精度, 而且该模型分别捕捉到了以通货膨胀率自身和加速通货膨胀率为转移变量的结构性转变, 并发现在引入结构转变之后的通货膨胀率序列的记忆性变强的特征。

关键词: 通货膨胀率; 长记忆性; 结构性转变; STARFIMA 模型

中图分类号: C934 **文献标识码:** A

1 引言

经济时间序列中长记忆性和结构性转变等性质一直是计量经济理论和经验研究关注的核心问题, 一些研究已经发现许多宏观经济时间序列(如通货膨胀率、失业率、汇率和利率等)中既存在长记忆性又存在结构性转变^[1]。例如, 关于长记忆性的研究主要有 Hosking (1981)、Granger 和 Joyeux (1980) 等^[2,3], 这些研究给出了长记忆性时间序列的主要特征和检验方法; 关于结构性转变的计量研究主要有 Chow (1960)、Brown, Durbin 和 Evans (1975) 等^[4,5]。近年来, 越来越多的非线性方法被应用到刻画时间序列的结构性转变上来, 例如 Hamilton (1990) 提出了马尔可夫转移 (Markov Switching, 简称 MS) 模型^[6], Tong (1990) 提出的门限自回归模型 (Threshold Autoregressive, 简称 TAR)^[7], 还有 Granger 和 Teräsvirta (1993) 提出的平滑迁移自回归模型 (Smooth Transition Autoregressive, 简称 STAR) 等^[8]。随后, 一些研究开始尝试地将这些非线性方法应用到具有长记忆性的 ARFIMA 模型

中, 同时考虑长记忆性和结构转变性, 并分析这两种性质之间的关联^[9]。国内一些学者也对时间序列的结构性转变问题进行了研究, 例如刘金全等 (2006 年) 对我国通货膨胀率动态波动路径的结构性转变进行了统计研究^[10]。周建 (2006 年) 则利用随机方差模型对我国主要宏观经济序列的结构性转变进行了实证分析^[11]。显然, 上述这些经验研究要么描述时间序列中的长记忆性, 要么刻画时间序列中的结构性转变, 长记忆性和结构转变两者之间是脱节的。

为了同时考虑长记忆性和结构性转变, 我们将对 ARFIMA 模型进行改进后提出一般形式的非线性 STARFIMA 模型。STARFIMA 模型由两部分过程组成, 其中线性部分为 ARFIMA 模型, 非线性部分为 Granger 和 Teräsvirta (1993) 提出的具有 Logistic 函数形式或指数函数形式的平滑迁移模型^[8]。考虑到 STARFIMA 模型的复杂性和参数估计的困难, 我们给出了模型参数的极大似然估计方法, 并通过刀切似然比方法对模型是否具有非线性性质进行检验^[12]。

下面我们以前述我国通货膨胀率过程为例, 同时考虑该时间序列中可能存在的长记忆性和结构性转变, 并判断和检验结构性转变后通货膨胀率过程长记忆性行为是否发生改变^[13,14]。为了获得更为稳健的经验结论, 我们使用了具有 Logistic 函数形式的平滑迁移模型估计和刀切似然比非线性检验, 分别以通货膨胀率自身和加速通货膨胀率等作为转移变量, 对比 STARFIMA 模型和 ARFIMA 模型的拟合效果和预测精度, 并判断结构性转变对时间序

收稿日期: 2006 - 09 - 20; 修订日期: 2007 - 04 - 09
基金项目: 吉林大学“985 工程”项目; 国家自然科学基金资助项目 (70471016); 国家社会科学基金资助项目 (05BJL019) 和教育部人文社会科学重点研究基地 2005 年度重大研究资助项目 (05JJD790078)
作者简介: 刘金全 (1964 -), 男 (汉族), 黑龙江省密山县人, 吉林大学数量经济研究中心教授, 经济学博士, 博士研究生导师, 研究方向: 经济计量学和宏观经济学。

列长记忆性的影响。

2 长记忆性过程和结构性转变模型及检验方法

我们首先从具有长记忆性的线性模型开始, 逐步将其扩展到兼容长记忆性和结构转变性的非线性模型, 并讨论模型参数的估计和检验方法。

(1) 传统的线性 ARFIMA 模型

Granger 和 Joyeux (1980)、Hosking (1981) 分别基于分数差分噪声 (fractional differential noise, 简称 FDN) 模型分别提出了 ARFIMA 模型^[2,3]。该模型主要用以模拟经济时间序列中出现的强持续性和长记忆性, 被广泛应用于经济和金融时间序列的计量研究。

一般形式的线性 ARFIMA(p, d, q) 模型具有如下形式:

$$\phi(L)(1-L)^d(y_t - \mu) = \theta(L)\epsilon_t \quad (1)$$

其中 $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$ 和 $\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q$ 分别为 p 阶和 q 阶滞后算子多项式, L 为滞后算子, 为了满足时间序列的平稳性要求, 需要约束算子多项式的特征根均在单位圆外。 y_t 为可观测样本序列, μ 为母体均值, $\epsilon_t \sim iidN(0, \sigma_\epsilon^2)$ 。对分数 d , 分整算子 $(1-L)^d$ 可按下列二项式进行展开:

$$(1-L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)}L^k \quad (2)$$

其中 Γ 为伽马函数。ARFIMA(p, d, q) 模型利用 $p+q$ 个参数描述过程的短记忆性特征, 以参数 d 反映过程的长记忆性特征。如果 $-0.5 < d \leq 0$, 那么时间序列为平稳序列, 不具有记忆性; 如果 $0 < d < 0.5$, 那么序列为平稳序列, 且具有有限方差和长期记忆性; 如果 $0.5 \leq d < 1$, 那么序列为非平稳序列, 具有无限方差和持久记忆性, 并能够记忆向均值回归的过程; 最后, 如果 $d > 1$, 那么时间序列不具有恢复过程均值的性质。

(2) 具有平滑迁移过程的 ARFIMA 模型

为同时捕捉时间序列动态过程中的长记忆性和结构性转变, 我们将传统的线性 ARFIMA 模型推广为非线性 ARFIMA 模型, 由此提出具有平滑迁移的长记忆性模型 (STARFIMA 模型)。该模型分别由

平滑迁移过程和 ARFIMA 过程组成, 该模型可以表示为:

$$\{\phi_0(L)[1 - F(S_t; \gamma, c)] + \phi_1(L)F(S_t; \gamma, c)\}(1-L)^d(y_t - \mu) = \theta(L)\epsilon_t \quad (3)$$

其中 $\phi_0(L) = 1 - \phi_{01}L - \dots - \phi_{0p}L^p$, $\phi_1(L) = 1 - \phi_{12}L - \dots - \phi_{1p}L^p$ 和 $\theta(L) = 1 - \theta_1L - \dots - \theta_qL^q$ 分别为滞后算子多项式, y_t 为观测样本序列, μ 为过程均值, 且残差 $\epsilon_t \sim iidN(0, \sigma_\epsilon^2)$ 。函数 $F(\cdot)$ 为控制从一个区制转移到另一个区制的转移函数, S_t 是状态转移变量。参数 γ 表示从一个区制转移到另一个区制的变化速度或调整的平滑程度, 而 c 则表示是否发生区制转移的门限阈值。

转移变量 S_t 一般可被解释为一个内生的滞后变量, 如 $S_t = y_{t-l}$, 整数阶数为 $l > 0$; 或可被解释为一个外生变量 $S_t = z_t$; 或可被解释为滞后内生变量的函数, 如 $S_t = h(y_{t-1}, \dots, y_{t-l}; \alpha)$, 这里 $h(\cdot)$ 为某种函数, 依赖于参数向量 α 。特别地, 如果 $S_t = h(y_{t-1}, \dots, y_{t-l}; \alpha) = \sum_{i=1}^l \alpha_i y_{t-i}$, 那么模型就成为一个神经网络 (ANN) 模型; 转移变量有时还可被解释为一个线性时间趋势 ($S_t = t$)。转移变量的多种选择为描述时间序列发生结构性转移模式提供了丰富的描述工具。

显然, 方程 (3) 表示的 STARFIMA(p, d, q) 模型可以等价地表示成为如下形式:

$$(1-L)^d[y_t - (\phi_{00} + \sum_{i=1}^p \phi_{0i}y_{t-i})(1-F) - (\phi_{10} + \sum_{i=1}^p \phi_{1i}y_{t-i})F] = \epsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \epsilon_{t-j} \quad (4)$$

其中 $\phi_{00} = \mu(1 - \phi_{01} - \dots - \phi_{0p})$ 和 $\phi_{10} = \mu(1 - \phi_{11} - \dots - \phi_{1p})$ 分别为时间序列处于两个区制时的截距项。如果我们令:

$$z_t = y_t - (\phi_{00} + \sum_{i=1}^p \phi_{0i}y_{t-i})$$

$$(1-F) - (\phi_{10} + \sum_{i=1}^p \phi_{1i}y_{t-i})F$$

那么 STARFIMA(p, d, q) 模型就变为简单的 ARFIMA($0, d, q$) 模型, 即 $(1-L)^d z_t = \theta(L)\epsilon_t$ 。如果 $q = 0$, 那么 STARFIMA(p, d, q) 模型又可变为下述模型:

$$(1-L)^d y_t = [\phi_{00} + \sum_{i=1}^p \phi_{0i}(1-L)^d y_{t-i}](1-F) + [\phi_{10} + \sum_{i=1}^p \phi_{1i}(1-L)^d y_{t-i}]F + \epsilon_t \quad (5)$$

理论上, STARFIMA 模型中的转移函数 $F(\cdot)$ 可以为任何满足 $0 \leq F(s, \gamma, c) \leq 1$ 的函数形式。但

是为了满足转移函数的平滑性, 我们主要讨论转移函数 $F(S_t; \gamma, c)$ 为 Logistic 类型函数和指数类型函数等两种形式。这些函数的主要特点就是允许区制之间的平滑性移动, 而未出现一个区制向另一个区制的跳跃性转移。

为避免调整参数 γ 的过度估计, Granger 和 Teräsvirta (1993) 通过 $\alpha(S_t)$ 对转移函数 $F(\cdot)$ 进行缩放比例或标准化^[3]。标准化后的 Logistic 类型转移函数表示为:

$$F(S_t, \gamma, c) = \frac{1}{1 + \exp[-\gamma(S_t - c) / \alpha(S_t)]}, \gamma > 0 \quad (6)$$

其中 $\alpha(S_t)$ 为转移变量的标准差。将其代入方程(3)中可得到 Logistic 类型 STARFIMA 模型, 即 LSTARFIMA 模型。Logistic 类型转移函数(5)式是关于转移变量 s_t 的一个单调递增函数。当 $S_t \rightarrow -\infty$ 时, $F(S_t, \gamma, c) \rightarrow 0$; 当 $S_t \rightarrow \infty$ 时, $F(S_t, \gamma, c) \rightarrow 1$; 当 $S_t = c$ 时, $F(S_t, \gamma, c) = 0.5$ 。我们还注意到当 $\gamma \rightarrow \infty$ 且 $S_t > c$ 时, 则 $F = 1$, 而当 $S_t \leq c$ 时, $F = 0$, 这时方程(4)式就变为一个门限模型, 此时模型度量了跳跃性的区制转移^[7]; 当 $\gamma \rightarrow 0$ 时, 方程(6)式就成为了一般的线性 ARFIMA 模型。为此, 当 $F(S_t, \gamma, c)$ 接近为零时, LSTARFIMA 模型表现为“低”区制阶段的动态模型, 而当转移函数接近于单位 1 时, 则 LSTARFIMA 模型表现为“高”区制阶段的动态模型。

类似地, 指数类型(exponential)转移函数表示为:

$$F(S_t, \gamma, c) = 1 - \exp\{-\gamma[(S_t - c) / \alpha(S_t)]^2\}, \gamma > 0 \quad (7)$$

其中 $\alpha(S_t)$ 为转移变量的标准差。将其代入到方程(3)中就可以得到指数类型的 STARFIMA 模型, 即 ESTARFIMA 模型。指数转移函数是关于 $S_t = c$ 线性对称的。当 $S_t = c$ 时, 则 $F(S_t, \gamma, c) = 0$, 此时模型(3)式就转变为一般的 ARFIMA 模型; 当 S_t 趋近于无穷大时, 则 $F(S_t, \gamma, c) = 1$; 当 S_t 趋近于负无穷大时, $F(S_t, \gamma, c) = 0$ 。为此, 当 $F(S_t, \gamma, c)$ 接近为零时 ESTARFIMA 模型表现为“中间”区制的性质, 而转移函数接近单位 1 时则表现为“外部”区制的性质。

(3) STARFIMA 模型的似然函数

由于 STARFIMA 模型中考虑了移动平均项, 因此无法使用普通线性最小二乘估计或非线性最小二乘估计方法。为此, 我们从 Beran (1995) 的近似

极大似然估计方法出发^[15], 构造一般 ARFIMA 模型的似然函数, 并给出 STARFIMA 模型的极大似然估计方法。这里估计方法的主要差别在于, Beran (1995) 的估计方法是使模型的残差平方和最小, 而我们的标准是使得对数似然函数最大, 这两种方法在本质上是一致的。

首先, 我们来考虑一般 ARFIMA(p, d, q) 模型的情形。假设给定观测值 $\{y_t\}_{t=1}^T$, 其数据生成过程由(1)式给出, 且其参数向量 $\Theta = (\phi', \mu, \theta', d, \alpha^2)' = (\eta', \alpha^2)'$ 为已知, 其中 $\eta = (\phi', \mu, \theta', d)'$, $\epsilon_t \sim iidN(0, \alpha^2)$ 。残差序列 ϵ_t 序列可由残差项 e_t 进行估计, 可以表示为:

$$e_t(\eta) = \theta^{-1}(L)\phi(L)(1-L)^d[y_t - \mu] = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j(\eta)[y_t - \mu] \quad (8)$$

其中系数 $\pi_j(\eta)$, $j = 1, 2, \dots, \infty$, 可从分整 $(1-L)^d$ 过程和 ARMA(p, q) 过程的系数中获得。由此可以构造残差项 e_t 的条件密度函数为:

$$f[e_t(\eta); \alpha^2] = f(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}; \Theta) = \prod_{i=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha^2}} \exp\left[-\frac{e_t^2(\eta)}{2\alpha^2}\right] \quad (9)$$

对数似然函数为:

$$L[e_t(\eta); \alpha^2] = L(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}; \Theta) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln \alpha^2 - \frac{1}{2\alpha^2} \sum_{t=1}^T e_t^2(\eta) \quad (10)$$

将对数似然函数对参数 α^2 求导, 可得到:

$$\partial L / \partial \alpha^2 = -T / (2\alpha^2) + 1 / (2\alpha^4) \sum_{t=1}^T e_t^2(\eta) = 0$$

$$\alpha^2 = 1 / T \sum_{t=1}^T e_t^2(\eta) \quad (11)$$

将其代入(10)式, 可得到:

$$L[e_t(\eta)] = -\frac{T}{2} [1 + \ln(2\pi)] - \frac{T}{2} \ln \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2(\eta) \right]$$

因此, 上述极大似然函数估计方法就等价于 Beran (1995) 提出的近似极大函数估计方法。

其次, 我们继续考虑 STARFIMA(p, d, q) 模型的情形。假设给定观测值 $\{y_t\}_{t=1}^T$, 其数据生成过程由(2)式给出, 且其参数向量 $\Theta = (\phi'_0, \phi'_1, \mu, \gamma, \alpha, \theta', d, \alpha^2)' = (\zeta', \xi', \alpha^2)'$ 为已知, 其中 $\xi = (\theta', d)'$, $\zeta = (\phi'_0, \phi'_1, \mu, \gamma, c)'$, $\epsilon_t \sim iidN(0, \alpha^2)$ 。信息 ϵ_t 序列可以由残差项 e_t 进行估计, 其表示为:

$$e_t(\xi, \zeta) = \theta^{-1}(L)(1-L)^d[y_t - (\phi_{00} + \sum_{i=1}^p \phi_{0i}y_{t-i}) \cdot (1-F) - (\phi_{10} + \sum_{i=1}^p \phi_{1i}y_{t-i}) \cdot F] = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j(\xi) [y_t - (\phi_{00} + \sum_{i=1}^p \phi_{0i}y_{t-i}) \cdot (1-F) - (\phi_{10} + \sum_{i=1}^p \phi_{1i}y_{t-i}) \cdot F] \quad (12)$$

其中 $\phi_{00} = \mu(1 - \phi_{01} - \dots - \phi_{0p})$, $\phi_{10} = \mu(1 - \phi_{11} - \dots - \phi_{1p})$, 系数 $\pi_j(\xi)$, $j = 1, 2, \dots, \infty$, 可从分整 $(1 - L)^d$ 过程和 $MA(q)$ 过程的系数中获得。

由此可以构造残差项 e_t 的条件密度函数为:

$$f[e_t(\xi, \zeta); \alpha_\epsilon^2] = f(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}; \Theta) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\epsilon}} \exp\left[-\frac{e_t^2(\xi, \zeta)}{2\sigma_\epsilon^2}\right] \quad (13)$$

对数似然函数为:

$$L[e_t(\xi, \zeta); \alpha_\epsilon^2] = L(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}; \Theta) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln \sigma_\epsilon^2 - \frac{1}{2\sigma_\epsilon^2} \sum_{t=1}^T e_t^2(\xi, \zeta) \quad (14)$$

获得上述似然函数后, 可以通过数值方法求解参数的极大似然估计。

(4) 刀切似然比(bootstrap likelihood ratio) 检验

对于上述 STARFIMA 模型, 我们需要检验该模型是否呈现出非线性特征。由于模型中引入了移动平均项, 使得模型形式变得更为复杂。由于存在噪声参数 γ 和 c , 使得似然函数具有多个局部极大值的收敛点, 因此无法使用传统的 F -分布、 T -分布和 LM 检验等。因此, 我们选用 Hansen (1996) 和 Skalin (1998) 使用的参数化刀切似然比检验进行非线性结构检验^[12, 16], 此时原假设为数据生成过程为 ARFIMA 模型, 备择假设为数据生成过程是 STARFIMA 模型。

为了获得检验统计量的经验分布, 假定模型 (3) 可在原假设和备选假设下完全可以指定, 如自回归滞后参数 p 和 q 、转移函数 $F(s_t; \gamma, c)$ (对数类型或指数类型) 以及转移函数的滞后阶数 l 等均为已知, 其它剩余参数可以未知。假设样本数据表示为 $y = (y_1, y_2, \dots, y_T)'$, 刀切似然比检验步骤如下:

(1) 在原假设, 即 ARFIMA 模型下运用极大似然方法估计参数。估计结果表示为 $(\phi', \theta', d, p, \sigma)'$, 对数似然函数值为 L_{\max}^0 。

(2) 在备选假设即 STARFIMA 模型下运用极大似然方法估计参数。估计结果表示为 $(\phi'_0, \phi'_1, \theta', d, \mu, \gamma, \hat{c}, \hat{\sigma})'$, 对数似然函数值为 L_{\max}^1 。

(3) 利用上述 (1) 和 (2) 过程得到的对数似然值, 计算似然比(LR) 统计量:

$$\hat{\tau} = -(L_{\max}^0 - L_{\max}^1)$$

(4) 生成 $T_M R$ 个伪随机数, 表示为:

$$w_{rt} \sim N(0, \hat{\sigma}^2), t = 1, 2, \dots, T_M, r = 1, 2, \dots,$$

$R, T_M < T$

(5) 用基于原假设 H_0 估计的模型生成长度为 T_M 的 R 个观测值的时间序列:

$$y_{r,t}^* = \mu + \phi^{-1}(L)(1 - L)^{-d}\theta(L)w_{rt}^*$$

(6) 对每个时间序列 $r = 1, 2, \dots, R$, 在原假设即 ARFIMA 模型下估计参数。估计结果表示为 $(\phi_r^*, \theta_r^*, \hat{d}_r^*, p_r^*, \hat{\sigma}_r^*)'$, 对数似然函数值为 $L_{r, \max}^{*0}$ 。

(7) 对每个时间序列 $r = 1, 2, \dots, R$, 在备选假设, 即 STARFIMA 模型下估计模型参数。估计结果表示为 $(\phi_{0,r}^*, \phi_{1,r}^*, \theta_r^*, d_r^*, \mu_r^*, \gamma_r^*, \hat{c}_r^*, \hat{\sigma}_r^*)'$, 对数似然函数值为 $L_{r, \max}^{*1}$ 。

(8) 利用上述过程 (6) 和 (7) 得到的对数似然函数值, 对每个时间序列 $r = 1, 2, \dots, R$, 计算似然比(LR) 统计量:

$$\hat{\tau}_r^* = -2(L_{r, \max}^{*0} - L_{r, \max}^{*1})$$

(9) 利用上述过程 (3) 和 (8) 得到的似然比统计量, 分别计算 bootstrap-p 值函数(参见 Davidson and MacKinnon, 1999) 的估计值^[17], 以比值形式表示为:

$$p^*(\hat{\tau}) = \frac{N(\tau_r^* > \hat{\tau})}{R} \quad (14)$$

其中 $N(\tau_r^* > \hat{\tau})$ 为 R 个序列中 $\tau_r^* > \hat{\tau}$ 的个数, $r = 1, 2, \dots, R$ 。

(10) 若 $p^*(\hat{\tau}) < \alpha$, 其中 α 为选择的显著性水平, 则拒绝线性模型的原假设, 进而认为模型中存在非线性结构。

注意到 $T_M < T$, 即刀切复制序列比原始时间序列更短。执行上述检验过程, 便可以获得线性结构与非线性结构之间转变的证据。

3 我国通货膨胀率动态过程长记忆性与结构性平滑迁移的经验分析

我们选取我国月度通货膨胀率数据作为研究对象, 描述和检验我国自 1985 年以来通货膨胀率过程中的长记忆性和结构性转变。数据样本区间为 1984 年 1 月至 2005 年 8 月, 数据来源为《中国统计年鉴》。通货膨胀率(π_t) 是以消费者物价指数的变化率计算得到的。

首先, 我们需要选择比较合适的线性 ARFIMA(p, d, q) 模型。我们依次选取由小到大的滞后阶数估计 ARFIMA 模型, 利用 Akaike 信息准则分别计算不同模型的 AIC 值, 并选择使得 AIC 准则最小的 (p, q) 组合。根据计算结果, 我们可选取 $p = q = 1$ 作为模型的滞后阶数。

其次, 我们需要确定非线性检验的滞后阶数 l 。我

们采用 Logistic 类型平滑迁移方法刻画长记忆性中的结构转变, 分别以 y_{t-l} (表示通货膨胀率的 l 期滞后) 和 $\Delta_2 y_{t-l}$ (表示与前一年同期差分后的 l 期滞后, $\Delta_2 y_{t-l} = y_{t-l} - y_{t-l-12}$) 为转移变量来描述或捕捉由于“高低通货膨胀”或“加速减速通货膨胀”引起的非对

称性调整, 采用极大似然方法估计 Logistic 类型平滑迁移 ARFIMA 模型, 并对 $(d, \gamma, c)'$ 使用了网格搜索法使模型估计达到最优收敛。为进一步确定这种非线性模型是否适用, 并且增强模型结论的稳健性, 我们还采用了刀切似然比检验方法。

表 1 Logistic 类型 STARFIMA 模型的刀切 (bootstrap) 似然比检验结果

滞后阶数 (l)	转移变量 y_{t-l}				转移变量 $\Delta_{12} y_{t-l}$			
	似然比 (LR) 统计量	bootstrap - p 值		似然比 (LR) 统计量	bootstrap - p 值			
		R= 100 次	R= 200 次		R= 100 次	R= 200 次		
l= 1	25. 3026	0. 1400	0. 1350	10. 9071	0. 9800	0. 9650		
l= 2	26. 4430	0. 2000	0. 1500	7. 0324	0. 5400	0. 7900		
l= 3	27. 0163	0. 1000	0. 1100	18. 9502	0. 0800	0. 1260		
l= 4	26. 1836	0. 0500	0. 0600	21. 3569	0. 0800	0. 0500		
l= 5	17. 5294	0. 1900	0. 2850	14. 9262	0. 3100	0. 7300		
l= 6	19. 1964	0. 2400	0. 1900	13. 0116	0. 3900	0. 6100		
l= 7	17. 4190	0. 2300	0. 2400	5. 7458	0. 7800	0. 7850		
l= 8	18. 7020	0. 1800	0. 1450	1. 1939	0. 9900	0. 9950		
l= 9	8. 8873	0. 8100	0. 7550	3. 7183	0. 9400	0. 8850		
l= 10	9. 3694	0. 700	0. 6900	12. 1274	0. 4400	0. 6200		

注: l 表示转移变量的滞后阶数, R 为模拟次数, 似然比 (LR) 统计量从线性 ARFIMA 模型和 LSTARFIMA 模型的极大似然值计算得到, bootstrap - p 值是通过刀切似然比检验中得到的非经典分布, 似然比统计量对应相应转移变量和模拟次数的 bootstrap - p 值。

表 1 给出了对转移变量 y_{t-l} 和 $\Delta_{12} y_{t-l}$ 各个滞后阶数 $l = 1, 2, \dots, 10$ 的模型检验结果, 以确定最优滞后阶数的转移变量并检验 LSTARFIMA 的可信程度, 其中 Logistic 类型转移函数主要用来捕捉通货膨胀率中发生的非对称调整。从似然比统计量和 bootstrap - p 值的结果来看, 模型的似然比统计量不服从经典的 χ^2 - 分布, 因此利用 bootstrap - p 值来模拟该似然比统计量的渐近分布。表 1 的结果表明, 在绝大多数情况下无法拒绝模型的线性原假设, 对转移变量为通货膨胀率的情形仅当 $l = 4$ 时可在 10% 显著性水平下拒绝线性原假设, 而对转移变量

为加速通货膨胀率的情形也表明 $l = 4$ 时可在 10% 显著性水平下拒绝线性原假设。

总之, 我们通过刀切似然比检验获得了 STARFIMA 模型转移变量的准确表达形式, 分别为 y_{t-4} 和 $\Delta_2 y_{t-4}$, 并认为接受 STARFIMA 模型, 即 ARFIMA 模型中存在平滑迁移结构, 或在长记忆性中存在结构性转变。由此我们确定了 STARFIMA 模型各个部分的指定情况, 这个系统模型分别由 ARFIMA (1, d , 1) 和 $F(y_{t-4}; \gamma, c)$ 或 ARFIMA (1, d , 1) 和 $F(\Delta_{12} y_{t-4}; \gamma, c)$ 构成。

表 2 ARFIMA 模型和 STARFIMA 模型的参数估计

参数	ARFIMA (1, d, 1) 模型	参数	STARFIMA (1, d, 1) 模型	
			转移变量 y_{t-4}	转移变量 $\Delta_{12} y_{t-4}$
d	0. 6472 ** (0. 1657)	d	1. 0077 ** (0. 1427)	0. 9200 ** (0. 1766)
ϕ	0. 8943 ** (0. 0523)	ϕ_{01}	0. 3172 * (0. 1667)	0. 6148 ** (0. 0944)
θ	0. 1132 (0. 1397)	ϕ_{11}	0. 8016 ** (0. 0881)	0. 8293 ** (0. 0796)
μ	0. 0361 ** (0. 0160)	θ	0. 1693+ (0. 1284)	0. 2329 * (0. 1437)
σ_ϵ	0. 0086 ** (0. 0004)	μ	0. 0644 ** (0. 0118)	0. 0734 ** (0. 0109)
		γ	10. 9842+ (8. 1569)	1357. 70 (13677)
		\hat{c}	0. 0909 ** (0. 0104)	0. 0430 ** (0. 0002)
		σ_ϵ	0. 0081 ** (0. 0004)	0. 0082 ** (0. 0004)
log L	828. 2610	log L	841. 3528	838. 9395
R ²	0. 9934	R ²	0. 9941	0. 9939
AIC	-9. 4811	AIC	-9. 5584	-9. 5390

注: 所有模型的估计均采用第二部分给出的极大似然估计方法, log L 为模型极大似然估计的对数似然函数值, R² 为模型的拟合优度。参数 γ 和 c 分别为来自 $F(s_t; \gamma, c) = 1/(1 + \exp[-\gamma(s_t - c)])$ 的平滑性参数和门限值, 其中转移变量 s_t 可为 y_{t-4} 或 $\Delta_{12} y_{t-4}$ 。*、* 和 + 分别表示在 1%、5% 和 10% 显著性水平下参数估计值显著。

最后,我们在表2中给出了线性ARFIMA模型和两种转移函数形式非线性STARFIMA模型的参数估计。从记忆性参数的估计值来看,ARFIMA(1, d , 1)模型的估计中 $d > 0.5$,而在STARFIMA(1, d , 1)模型的估计中 d 均大于0.5,这表明我国通货膨胀率过程具有持久记忆性,这与单位根检验的结果相符(刘金全等,2003年);而后的估计值明显比前者大得多,这表明这些记忆性在考虑结构转变之后,记忆性参数估计值变大,表现为记忆性得到增强。从模型拟合效果来看,STARFIMA(1, d , 1)模型的对数似然函数值 $\log L$ 、拟合优度 R_2 和 AIC 值均比线性ARFIMA(1, d , 1)模型的结果要好,这说明STARFIMA模型具有比ARFIMA模型更好的统计性质和计算精度。对于转移函数 $F(y_{t-4}; \gamma, c)$ 和转移函数 $F(\Delta_2 y_{t-4}; \gamma, c)$,刻画平滑程度的参数 γ 分别表现弱显著和不显著,但这并不表明结果拒绝存在结构性转变。同时,估计结果也得到了两种转移变量各自的门限值,以 c 表示,前者代表通货膨胀率的平均水平0.091,后者代表加速通货膨胀率的平均水平0.043。

通过对Logistic类型STARFIMA(1, d , 1)模型的估计,我们还得到关于结构转变的一些结论。在图1-1至图1-3中,我们给出了长期记忆性模型关于转移变量 y_{t-4} 时的区制划分和转移函数。从估计结果中可以看出,该模型将通货膨胀率路径划分成“高通胀区制”(大于门限值0.091)和“低通胀区制”(小于门限值0.091),图1-1分别描述了我国通货膨胀率分别在1986年前后、1989年前后以及从1993年开始至1996年底达到的高通胀水平,和所有其他样本时间的低通胀水平,这个结果对应了图1-2中转移函数关于高通胀水平和低通胀水平在历史时刻中的表示。图1-3的结果为图1-1和图1-2估计结果在坐标系中的对应图形,横轴为通货膨胀率水平,纵轴为通货膨胀率处于高通胀水平的概率,反映了转移函数的平滑程度。归纳这些图形表示的统计结论,以滞后4阶通货膨胀率 y_{t-4} 作为转移变量,不仅反映了我国通货膨胀率动态路径中存在的结构性转变,也揭示了通货膨胀率结构转变过程中比较平滑的结构转移过程。

图2-1至图2-3给出了长记忆性模型关于转移变量 $\Delta_2 y_{t-4}$ 时估计得到的区制划分和转移函数情况。估计结果表明,加速通货膨胀率被划分为“高加速通货膨胀”(大于门限值0.043)和“低加速通货膨胀”(小于门限值0.043),图2-1的结果描述了

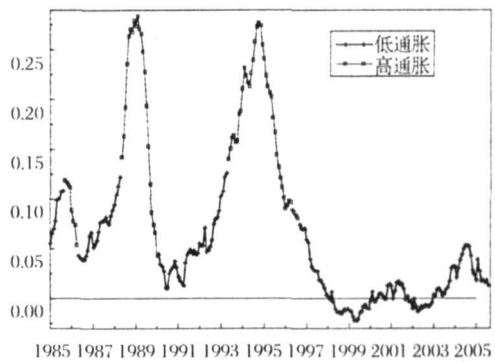


图 1-1 通货膨胀率的高、低通胀划分

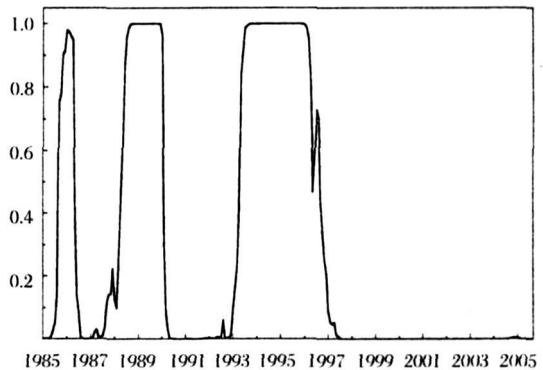


图 1-2 通货膨胀率的区制转移(高通胀)

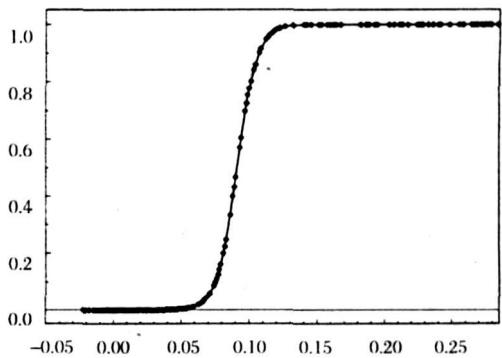


图 1-3 转移函数 $F(y_{t-4}; \gamma, c)$

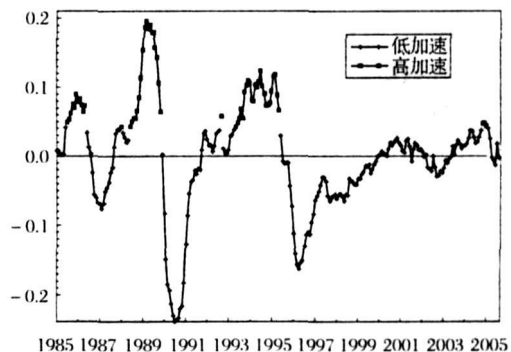


图 2-1 高、低加速通货膨胀的划分

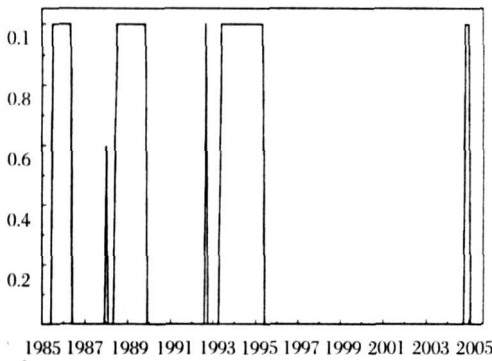


图 2-2 加速通货膨胀率的区制转移(高加速)

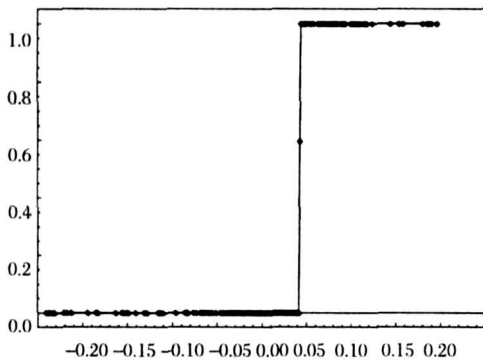


图 2-3 转移函数 $F(\Delta_{12}y_{t-4}; \gamma, c)$

加速通货膨胀率的变化路径及其高、低加速通货膨胀区制的划分,表明了我国在 1986 年左右、1989 年左右、1993 年初至 1995 年初和 2004 年末期间都处于高加速的通货膨胀区制,其他的时期则对应着低加速通货膨胀率阶段。图 2-2 的图形进一步度量了不同历史时期通货膨胀率处于高加速区制的可能性。在图 2-3 中,横轴代表加速通货膨胀率,纵轴代表发生高加速通货膨胀的可能性,这样就将图 2-1 和图 2-2 对应起来,这个结果表明了加速通货膨胀率的转移函数性质,与此对应的是这种转移函数具有很大的平滑参数 γ (大于 100),因此转移函数关于门限值呈非对称性,并表现出在门限值两边很快的变化速度,并可能为跳跃。在这种情况下,我们也得到了通货膨胀率变动路径中存在着加速通货膨胀过程结构性转变的结论。

在图 1 和图 2 中,我们可以对两种转移变量形式的结构性转变作进一步分析。首先,关于区制之间的联系,估计结果表明,当以通货膨胀率为转移变量的高通胀发生时,往往会包含高加速通货膨胀过程的产生,而高加速通货膨胀也可能发生在低通货膨胀时(如 2004 年底),而且高加速通货膨胀的持续时间一般比高通胀的持续时间短;其次,关于转移函数的转移速度,往往利用平滑程度来描述。当以

通货膨胀率为转移变量时,转移函数比较平滑,这反映了通货膨胀率自身的结构性转变有着比较缓慢、温和的非对称调整。在通货膨胀率过程拐点附近,由高通胀变为低通胀或低通胀变为高通胀都要经历一定时期的转变过程;当以加速通货膨胀率为转移变量时,转移函数非常陡峭,表现出快速的上升状态,这反映出加速通货膨胀率的结构性转变是比较迅速、强烈的非对称调整,在加速通货膨胀过程拐点附近,由高加速通胀变为低加速通胀或低加速通胀变为高加速通胀都只需要非常短暂的转移时间。

4 结语

根据上面的经验研究,我们主要得到下述结论:

(1) 从模型估计和检验效果来看,STARFIMA 模型考虑了通货膨胀率序列中可能存在的长记忆性和结构性转变,因此该模型比线性 ARFIMA 模型具有更好的统计性质,并且揭示了长记忆性在结构性转变过程中能够仍然持续下来,这意味着在长记忆性中可能存在着结构性转变,在结构性转变中也可存在长记忆性,从而说明长记忆性和结构性转变中可以结合起来并产生相互影响。我们使用的 STARFIMA 模型虽然形式上比 ARFIMA 模型形式和结构更为复杂,但模型估计结果往往比线性 ARFIMA 模型的估计有所改进,无论是对数似然函数值、拟合优度 R^2 ,还是 AIC 信息准则,这些统计量的结果都有所提高,这说明 STARFIMA 模型比线性 ARFIMA 模型具有更好的计算精度和解释能力,从而 STARFIMA 模型能够更为准确地描述通货膨胀率数据生成机制的动态属性。

(2) 从经验分析和实际应用的角度来看,STARFIMA 模型能够捕捉到我国通货膨胀率动态路径中存在的一些特殊性质。具体估计中发现,我国通货膨胀率过程中既具有长记忆性,又出现了均值过程和增量过程中的结构性转变,这意味着短期和长期通货膨胀率动态属性都发生了一定程度的改变,这是我国市场总供给和总需求因素发生改变的必然结果。我们采用 Logistic 类型的平滑迁移函数形式,分别以通货膨胀率过程和加速通货膨胀率过程为转移变量,利用刀切似然比检验方法,检验发现了显著的结构转变。我们还发现,通货膨胀率绝对水平的高低与通货膨胀率变化的加速快慢之间存在一定程度的关联,从而意味着通货膨胀率过程与通货膨胀不确定性之间存在正的相关性。这对预测价格水平变化趋势具有重要的参照作用。

参考文献:

- [1] Andrews D. W. K.. Tests of Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point [J] . *Econometrica*, 1993, 61: 821 - 856.
- [2] Hosking J. R. M.. Fractional Differencing [J] . *Biometrika*, 1981, 68: 165 - 176.
- [3] Granger C. W. J., Joyeux F.. An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing [J] . *Journal of Time Series Analysis* 1980 1: 15 - 29.
- [4] Chow G. C.. Tests of Equality between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions [J] . *Econometrica*, 1960, 28: 591 - 605.
- [5] Brown R. L., Durbin J., Evans J.. Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationship over Time [J] . *Journal of Royal Statistical Studies (B)*, 1975, 37: 149 - 163.
- [6] Hamilton J. D.. Analysis of Time Series Subject to Changes in Regime [J] . *Journal of Econometrics*, 1990, 45: 39 - 70.
- [7] Tong H.. Non-linear Time Series: A Dynamical System Approach [M] ., Oxford: Oxford University Press, 1990.
- [8] Granger C. W. J., Teräsvirta T.. Modelling Nonlinear Economic Relationships [M] . Oxford: Oxford University Press, 1993.
- [9] Gadea M. D., Sabate M., Serrano J. M.. Structural Breaks and Their Trace in the Memory Inflation Rate Series in the Long-run [J] . *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 2005, 14: 117 - 134.
- [10] 刘金全, 金春雨, 郑挺国. 我国通货膨胀率动态波动路径的结构性转变特征与统计检验 [J] . *中国管理科学*, 2006, 14(1): 1 - 6.
- [11] 周建. 基于随机方差扩大模型的对中国宏观经济统计数据的结构变化分析 [J] . *中国管理科学*, 2006, 14(3): 128 - 134.
- [12] Hansen B. E.. Inference when a nuisance parameter is not identified under the null hypothesis [J] . *Econometrica*, 1996, 64(2), 413 - 430.
- [13] 刘金全, 谢卫东. 中国经济增长与通货膨胀的动态相关性 [J] . *世界经济*, 2003(6), 48 - 57.
- [14] 刘金全, 郭整风, 谢卫东. 时间序列的分整检验与“费雪效应”机制分析 [J] . *数量经济技术经济研究*, 2003(4): 59 - 63.
- [15] Beran J.. Maximum likelihood estimation of the differencing parameter for invertible short and long memory autoregressive integrated moving average models [J] . *Journal of Royal Statistics Society B*, 1995, 57: 659 - 673.
- [16] Skalin J.. Testing linearity against smooth transition autoregression using parametric bootstrap [Z] . Stockholm School of Economics, mimeo. 1998.
- [17] Davidson R., MacKinnon J. G.. Bootstrap testing in nonlinear models [J] . *International Economic Review*, 1999, 40: 487 - 508.

Smooth Transition Autoregressive Fractional Moving Average Model and Empirical Analysis: A Case of China's Inflation Rate

LIU Jin-quan LI Qing-hua ZHENG Ting-guo

(Quantitative Research Center of Economics, Jilin University, Chang chun 130021, China)

Abstract: On the base is of ARFIMA model and smooth transition model which describe long memory and structural change respectively, this paper proposes a STARFIMA model to jointly test these two properties of time series and presents the methods of parameter estimation and bootstrap likelihood ratio test for null of linearity. As a case of China's inflation rate, we find that STARFIMA model can simulate better than the linear ARFIMA model by empirical analysis with logistic smooth transition ARFIMA model. Moreover, this model can capture structural change with transition variables of inflation rate and increasing inflation rate, and the results suggest that the memory becomes strong when considering structural change and displays long range dependence.

Keywords: long memory; structural change; STARFIMA model; smooth transition; inflation rate