

# 跟踪误差下积极资产组合投资的风险约束机制

方毅 张屹山

(吉林大学商学院, 吉林长春, 130012)

**摘要:** TEV(Tracking Error Volatility)优化是积极资产管理的流行方法, 但因其存在的固有缺陷, 会导致基金管理人员的行为使得投资者的资产承受更大的风险, 进而引发委托代理问题。Jorion(2003)认为利用固定TEV(Constant-TEV)优化可以对TEV优化加以改进。本文通过对TEV优化和固定TEV优化的研究, 发现Jorion(2003)的判断不完全正确, 并基于成本、效率、基准组合的作用、风险偏好等方面, 进行深入地分析。而且, 设计了一种更为有效的风险约束机制。

**关键词:** 跟踪误差; 信息比; 总风险; 基准组合

## 1 引言

在金融市场中, 投资者会选择投资基金进行投资, 而且这这也是一个趋势, 越来越多的投资资金的所有权和投资管理权分离, 资金所有者(或委托监管者)为了保证资金得到比较好的投资回报, 通常用一个基准组合作为标准, 定期对投资管理者的业绩进行评估。在这种情况下, 为了表现出好的业绩, 在竞争中胜出, 很多基金管理人员都想方设法使投资组合击败基准组合, 获得更高的收益, 进而纷纷采用积极投资策略。因为, 一些积极投资策略在长期的确能够为投资者带来高的收益, 所以这一投资策略也被广泛使用。经典的金融理论告诉人们: 收益与风险总是相伴的。以高收益为目标的基金管理人员存在的内在冲动, 使他们所负责的委托人的资产承担了更大风险, 产生了委托代理问题<sup>[1, 2, 3, 4]</sup>。基金管理人员在技术上是专业人士, 对组合及其相关工具最为了解, 委托理财也是一个发展方向。因此, 在实际中如何有效的控制基金管理人员的冒险行为成为了现代基金管理中的一个重要的问题。

为控制基金管理人员的行为, 使资产更安全, 投资者和监督者通常对组合的跟踪误差TE(Tracking Error)加以限制。Roll(1992)<sup>[5]</sup>提出TEV(TE Volatility)优化, 基于跟踪误差进行积极组合管理, 即在给定期望超额收益的前提下, 使跟

踪误差最小。另外, 在积极资产组合管理的业绩评价中, 信息比(Information Ratio)也是基于TEV的, 它揭示了基金管理人员获得收益的特定信息, 使不同组合可横向比较, 是最为广泛使用的评价指标之一<sup>[6]</sup>。可TEV优化只考虑局部风险的变动, 将导致总风险的增加高于跟踪误差, 实际组合并不是最有效的<sup>[7]</sup>。然而, 由于易于操作, 相对基准组合有一个明确比较, 跟踪误差、信息比仍然是行业通行标准。而且, 对大型基金, 要求管理人员总是从总风险出发调整组合也不实际<sup>[8]</sup>。另外, TEV优化本身也具有有一定效率, 所以它仍被广泛使用。Jorion(2003)<sup>[8]</sup>引入固定TEV优化, 深入讨论了积极资产组合管理, 并由此获得由全球权威的发起注册金融分析师计划(CFA)的投资管理与研究协会(AIMR)主办的《金融分析师》当年的最佳论文奖。Jorion(2003)<sup>[8]</sup>指出增加总风险约束 $\sigma_p^2 = \sigma_B^2$ 能控制管理人员行为, 使组合更有效, 但TEV大于或等于 $4(\Delta_2 - \Delta_1^2/d)$ 时, 这一约束无效, 本文通过对TEV优化和固定TEV优化的研究, 发现Jorion(2003)<sup>[8]</sup>的这一判断存在的问题, 我们认为增加总风险约束总是有效的。而且, 笔者从成本、效率、基准组合的作用、风险偏好等几个方面, 对总风险约束进行了深入地讨论。特别, 我们发现了基准组合选择的重要性。最后, 基于基金管理者的风险偏好、风险控制成本, 根据总风险大小和基准组合有效性, 为投资者或基金的

监督者设计了一种对基金管理人员有效的约束机制，使投资者在获得满意回报的同时达到资产风险更小的目标。

## 2 TEV优化与固定TEV优化

假定： $q$ 是基准组合的资产权重， $x$ 是实际组合与基准组合的权重偏离， $E$ 是期望收益， $V$ 是收益的方差协方差矩阵， $\mu_B$ 是基准组合收益， $\sigma_B$ 是基准组合标准差。有效集中的常数 $a = E'V^{-1}E$ ， $b = E'V^{-1}1$ ， $c = 1'V^{-1}1$ ， $d = a - b^2/c$ ， $\Delta_1 = \mu_B - b/c$ ， $\Delta_2 = \sigma_B^2 - 1/c$ 。资金管理者在总投入不变的条件下，变动基准组合，在TEV为T的情况下使得变动收益最大化<sup>[5]</sup>：

$$\begin{aligned} \max \quad & x'E \\ \text{s.t.} \quad & x'1=0, \quad x'Vx=T \end{aligned} \quad (1)$$

通过Lagrangian对式(1)求解可得：

$$x = \pm \sqrt{\frac{T}{d}} V^{-1} \left( E - \frac{b}{c} 1 \right) \quad (2)$$

$$\mu_P = \mu_B \pm \sqrt{dT} \quad (3)$$

$$\sigma_P^2 = \sigma_B^2 + T \pm 2\Delta_1 \sqrt{T/d} \quad (4)$$

令  $y = \sigma_P^2 - \sigma_B^2 - T$ 、 $z = \mu_P - \mu_B$ ，由式(3)、式(4)可得：

$$dy - 2\Delta_1 z = 0 \quad (5)$$

经代换，由TEV优化得到的解在全局收益-方差空间中仍然是一个抛物线。从图1可以看出，TEV优化得到的组合，并不是最有效率的组合，它增加了组合的整体风险，从式(4)也可以发现，总体风险的增加除了 $T$ 之外还包括 $\pm 2\Delta_1 \sqrt{T/d}$ 。

为了研究增加总风险约束时，组合资产的选择及其效率，Jorion(2003)<sup>[8]</sup>引入了固定TEV优化问题，具体模型如下：

$$\begin{aligned} \max \quad & x'E \\ \text{s.t.} \quad & x'1=0, \quad x'Vx=T, \quad (q+x)'V(q+x) = \sigma_P^2 \end{aligned} \quad (6)$$

对式(6)建立Lagrangian函数：

$$L = x'E + \lambda_1 x'1 + 0.5\lambda_2 (x'Vx - T) + 0.5\lambda_3 (x'Vx + 2q'Vx + q'Vq - \sigma_P^2) \quad (7)$$

将式(7)对 $x$ 求导可得：

$$x = -V^{-1}(E + \lambda_1 1 + \lambda_3 Vq) / (\lambda_2 + \lambda_3) \quad (8)$$

同时将式(8)代入式(6)中各个约束求解可得：

$$\lambda_3 = -\frac{\Delta_1 \pm y}{\Delta_2} \frac{y}{\Delta_2} \sqrt{\frac{d\Delta_2 - \Delta_1^2}{4T\Delta_2 - y^2}} \quad (9)$$

$$\lambda_1 = -(\lambda_3 + b)/c \quad (10)$$

$$\lambda_2 + \lambda_3 = \mp 2\sqrt{(d\Delta_2 - \Delta_1^2)/(4T\Delta_2 - y^2)} \quad (11)$$

同时将式(9)-式(11)代入式(8)可以得到：

$$dy^2 + 4\Delta_2 z^2 - 4\Delta_1 yz - 4T(d\Delta_2 - \Delta_1^2) = 0 \quad (12)$$

由于 $d \cdot 4\Delta_2 - (-4\Delta_1)^2/4 = 4(d\Delta_2 - \Delta_1^2)$ ，而基准组合的收益-方差在全局风险优化前沿里面，所以 $4(d\Delta_2 - \Delta_1^2) > 0$ 。从而，式(12)在全局收益-方差空间中是一个旋转了的椭圆，圆心是 $(\mu_B, \sigma_B^2 + T)$ 。

结合图1，进一步考虑TEV变化的情况。由式(12)可知，当 $T = 0$ 时，这个椭圆收缩成一个点，即基准组合的B点；随着 $T$ 的增加，椭圆不断的变大。

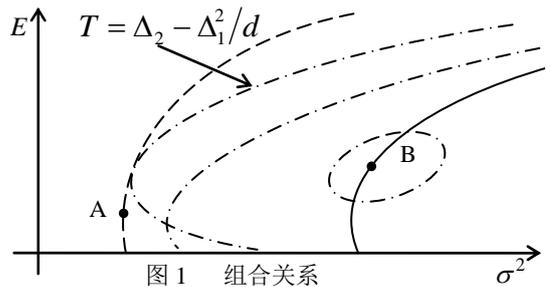


图1 组合关系

其中：----- 是全局风险优化前沿；  
—— 是TEV优化前沿；  
- · - · - 是固定TEV优化前沿。  
A是全局最小风险组合；B是基准组合。

如果将固定TEV优化的结果代入到全局风险优化前沿。可以得到，当 $T < \Delta_2 - \Delta_1^2/d$ 时，椭圆与全局最优方差前沿没有交点；此时随着 $T$ 的增加，椭圆的左边不断向全局风险优化前沿靠近。当 $T = \Delta_2 - \Delta_1^2/d$ 时，椭圆与全局最优方差前沿有一个交点，椭圆的左边同全局最优方差前沿相切。当

$T > \Delta_2 - \Delta_1^2/d$ ，椭圆与全局最优方差前沿有两个交点；此时随着 $T$ 的增加，椭圆的左边离开全局风险优化前沿。

### 3 总风险约束及其确定

TEV优化可以增加组合收益，同时相应的组合风险也增加了。Roll (1992)<sup>[5]</sup>认为众多积极基金管理人的行为可分散这一额外的风险。可是Jorion(2003)<sup>[8]</sup>指出基金管理人的积极行为并不能克服TEV优化所固有的内在缺陷，特别是他们的组合的超额收益的正相关性较大时。于是Jorion(2003)<sup>[8]</sup>探讨是否可以通过增加总风险约束 $\sigma_P^2 = \sigma_B^2$ ，使得组合的总风险与原来的风险不变；从而改善组合，解决基金管理人员为获得高收益而产生的委托代理问题。

可是，这个总风险约束是固定的，没考虑投资者或监督者的风险偏好。我们知道，增加不同的总风险约束后，得到的收益和方差不同。现实中，风险承受能力不同的投资者或监督者的要求是不同的，可否将基金管理人员的行为特点、投资者或监督者的要求加以综合考虑呢？

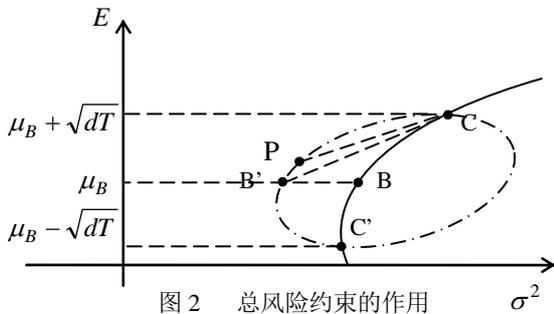


图2 总风险约束的作用

其中：—— 是TEV优化前沿；

----- 是固定TEV优化前沿。

C、C'是固定TEV优化前沿与TEV优化前沿的交点，B是基准组合，B'是收益与B相同的固定TEV优化组合，P是施加总风险约束的实际组合。

基金管理人员有着一定的风险偏好，相对于基准组合就可能产生一个长期来说基本一致的跟踪误差。固定TEV优化无形当中正好考察了，当一个基金管理人员的跟踪误差恒定时，增加总风险约束对其组合资产的影响(如图2中的椭圆)。而且，现实通过观察基金管理人员以往的信息比，可得到他

的风险偏好(即TEV)。

同时，为了将投资者或监督者的要求加入到决策中，这里将引入投资者或监督者结合自己的风险厌恶程度来确定合适的总风险约束。为此，定义一个扩展的信息比：

$$\rho_P = (\mu_T - \mu_P) / \sqrt{\sigma_T^2 - \sigma_P^2} \quad (13)$$

其中： $\mu_T$ 是TEV优化的期望收益； $\sigma_T$ 是TEV优化的均方差； $\mu_P$ 是固定TEV优化的期望收益； $\sigma_P$ 是固定TEV优化的均方差。不难看出， $\rho_P$ 刻画了增加总风险约束后，收益变化对风险变化的比。它相当于增加总风险约束时，单位风险增加的成本，是一个扩展了的信息比。在图2中， $\rho_P$ 有着明显的几何意义，它间接反映了直线CP的斜率。投资者或监督者越是偏好风险，所能承受的总风险就越大，因此 $\rho_P$ 就通过 $\sigma_P$ 反映了投资者的风险偏好。同时，它是从总的风险变化考虑的，而一般的信息比仅仅考虑TEV。将这样一个指标作为衡量指标的另一个好处在于，信息比作为行业的流行标准，对它的研究已经相当广泛和深入了，这样就便于比较。

**性质1：**当 $T > 0$ ，固定TEV优化前沿与TEV优化前沿有且只有两个交点，这两个交点在固定TEV优化前沿 $\mu_P$ 分别取最大值、最小值的位置(如图2中的C和C')；TEV优化前沿通过这两个交点形成的弧(如图2中的弧CBC')将固定TEV优化前沿分为左右两个部分。

将式(12)对 $y$ 求导可得，当 $dy = 2\Delta_1 z$ 时 $\mu_P$ 取极值，有 $\mu_P = \mu_B \pm \sqrt{dT}$ ， $\sigma_P^2 = \sigma_B^2 + T \pm 2\Delta_1 \sqrt{T/d}$ 。同时，由式(5)  $y = 2\Delta_1 z/d$ ，代入到式(12)中可得：

$$(z^2 - Td)(\Delta_2 - \Delta_1^2/d) = 0 \quad (14)$$

可知只有当 $\mu_P = \mu_B \pm \sqrt{dT}$ 时，固定TEV优化前沿与TEV优化前沿相交。当 $\mu_P = \mu_B \pm \sqrt{dT}$ 时，这两个交点在固定TEV优化前沿的 $\mu_P$ 分别取最大值、最小值的位置。

由式(12)可得：

$$y = \frac{2\Delta_1 z}{d} \pm \frac{2}{d} \sqrt{(d\Delta_2 - \Delta_1^2)(dT - z^2)} \quad (15)$$

由式(5)  $y = 2\Delta_1 z/d$ ，也就是除了这两个交点

之外，当  $\mu_p$  相同时，固定TEV优化前沿的点(如图2中的椭圆)分别位于TEV优化前沿的点的左右两边(即图2中的弧  $CBC'$  的两边)。

**性质2:** 当  $T > 0$ ，增加总风险约束总是有效的。

Jorion(2003)<sup>[8]</sup>将B点期望收益与方差代入到式(12)，得到  $dT^2 - 4T(d\Delta_2 - \Delta_1^2) = 0$ ，认为  $T = 4(\Delta_2 - \Delta_1^2/d)$  时，图1中的固定TEV优化前沿会穿过B点。那么，当  $T = 4(\Delta_2 - \Delta_1^2/d)$  时，椭圆穿过B点。如果  $T$  继续增加，B将不在椭圆内。在此时增加总风险约束  $\sigma_p^2 = \sigma_B^2$ ，收益小于基准组合的收益，总风险约束不仅不能改善组合，反而使得组合变得更加无效。

根据性质1，TEV优化前沿将固定TEV优化前沿分为左右两个部分，B点始终在固定TEV优化前沿内部，所以他的说法是不成立的。图1中B点可以与固定TEV优化前沿相交，但此时  $T = 0$ ，固定TEV优化前沿收缩为一个点，即B点。

由于增加总风险是为了改善组合，使组合变得更加有效，而且投资者的投资目标是获得比基准组合更高的收益，即  $\sigma_B^2 + T + 2\Delta_1\sqrt{T/d} \geq \sigma_p^2$ ， $\mu_B + \sqrt{dT} \geq \mu_p \geq \mu_B$ ，所以实际的组合只能够在图2中弧  $CPB'$  段。由于固定TEV优化前沿是凸的，C点是固定TEV优化前沿  $\mu_p$  最大值点，所以在这一段区间内始终有  $\rho_p \geq 0$ ；这就说明，增加总风险约束总是有效的。

**性质3:**  $\rho_p$  与  $\sigma_p^2$  正相关、 $\rho_p$  与跟踪误差  $T$  正相关， $\rho_p$  与基准组合本身的有效性负相关。

在图2中，随着  $\sigma_p^2$  增加，P点沿着弧  $CPB'$  向上运动，线段CP斜率逐渐减小，当运动到C点时斜率减小到0。所以， $\partial\rho_p/\partial\sigma_p^2 < 0$ ，在C点时  $\rho_p = 0$ ，即随着总风险的减小， $\rho_p$  的数值从0单调增加。因此，总风险的控制是有成本的，总风险减少得越多，成本越大。同时，由于在增加总风险约束时， $\sigma_p^2$  反映了投资者偏好。因此，上述性质也表明，投资者或监督者越是偏好风险，它所能承受的总风险就越大，总风险控制成本就会越小；反之，就会越大。

Roll(1992)<sup>[5]</sup>指出通过TEV优化得到的权重调整是独立于基准组合的，那么积极的投资组合的调

整与基准组合无关。TEV优化只是从组合调整的局部风险出发，并没有从总体的风险出发，所以基准组合中各个资产的分配并不能影响调整的权重，无论使用什么基准组合的权重调整都相同。我们从总体风险分析，由式(13)、式(15)可知：

$$\rho_p = \frac{\sqrt{dT} - z}{\frac{2}{d} \left( \sqrt{\frac{(\sqrt{dT} + z)(d\Delta_2 - \Delta_1^2) + \Delta_1}{(\sqrt{dT} - z)}} \right)} \quad (16)$$

因为B点位于全局风险优化前沿内， $d\Delta_2 - \Delta_1^2 > 0$ ，所以  $\partial\rho_p/\partial\Delta_2 < 0$ 。 $\Delta_1$ 一定时，B点越是有效就会越靠近全局风险优化前沿， $\Delta_2$ 就越大，那么  $\rho_p$  就越小。可见，投资者或监督者选择的基准组合本身越有效，监督成本就越小，因此标准的选择也是至关重要的。

$$\text{同时 } \frac{\partial(\sqrt{dT} - z)}{\partial T} > 0, \quad \frac{\partial\left(\frac{\sqrt{dT} + z}{\sqrt{dT} - z}\right)}{\partial T} < 0,$$

所以  $\partial\rho_p/\partial T > 0$ 。可见，基金管理人员愿意冒的风险越大，总风险约束的成本也就越大，但这也意味着收益越高。

这一条不仅体现了各类参与者的行为特征(基金管理人员、投资者或监督者的风险偏好)、控制成本与总风险的关系。它也从监督成本的角度，揭示了基准组合的重要性，指出基准组合实际对基金管理人也有着积极的约束作用。

**性质4:** 当  $T > 0$  时，增加总风险约束  $\sigma_p^2$  时，

$$\frac{d\sqrt{dT}}{\sqrt{2(\sqrt{d\Delta_2 - \Delta_1^2} + \Delta_1)}} \geq \rho_p \geq 0$$

可以得到：

$$\rho_p = \frac{2d\Delta_2\sqrt{T} - \Delta_1 y \sqrt{d} - \sqrt{d(d\Delta_2 - \Delta_1^2)(4T - y^2)}}{2\Delta_2\sqrt{2\Delta_1\sqrt{dT} - yd}}$$

其中， $y = \sigma_p^2 - \sigma_B^2 - T$ ；当有一个  $\rho_p$  时，对

应所施加的总风险约束为  $\sigma_p^2 = \rho_p^{-1}(\sigma_p^2)$ 。

根据性质2, 在C点  $\rho_p$  取最小值, 在B' 点  $\rho_p$  取最大值, 分别将它们的坐标代入式(16), 可以得到:

$$\rho_p \text{ 最小为 } 0, \rho_p \text{ 最大为 } \sqrt{\frac{d\sqrt{dT}}{2(\sqrt{d\Delta_2 - \Delta_1^2} + \Delta_1)}}.$$

由式(12)得:

$$z = \frac{\Delta_1 y}{2\Delta_2} + \frac{\sqrt{(d\Delta_2 - \Delta_1^2)(4T\Delta_2 - y^2)}}{2\Delta_2}$$

将  $z$  代入式(13)有:

$$\rho_p = \frac{2d\Delta_2\sqrt{T} - \Delta_1 y\sqrt{d} - \sqrt{d(d\Delta_2 - \Delta_1^2)(4T\Delta_2 - y^2)}}{2\Delta_2\sqrt{2\Delta_1\sqrt{dT} - yd}} \quad (17)$$

根据性质2,  $\rho_p$  随着总风险约束的减小而单调增加,  $\sigma_p^2$  与  $\rho_p$  有着——对应的关系, 那么对于投资者和监督者所要求的  $\rho_p$  存在唯一的  $\sigma_p^2 = \rho_p^{-1}(\sigma_p^2)$ 。同时, 对于总风险约束的确定也可以通过先代入不同的  $\sigma_p^2$  试算  $\rho_p$ , 然后逼近所要求的总风险约束。

这个性质就告诉我们, 总风险约束与收益之间有着——对应的关系, 这样投资者就可以从自身的要求出发, 通过这种关系进行决策。

## 4 成本、效率、基准组合和风险偏好

### 4.1 效率与风险控制成本。

对资产组合增加总风险约束, 总是能够有效的提高组合效率, 控制由于投资资金的所有权和管理权分离所产生的委托代理问题。“能够提高效率”是非常有意义的, 也是很有趣的。这就好像一个悖论, 因为总风险控制是有成本的, 增加约束的直接后果是代理人不能完全利用自己手中所掌握的资源, 那么将会导致目标函数减少带来损失, 又怎么可以提高效率呢? 通过对性质2的分析, 可以得出, 当代理人的行为并不是最有效率的时候(现实中的大多数情况都是如此), 委托人对其加上适当的“紧箍咒”, 会使目标函数有所降低; 但这个“紧箍咒”却与其它约束共同作用, 无形中可能改善代理人的行为, 即“适度的约束会带来更高的效率”。特别

在风险管理中, 将总风险作为约束, 在避免过大损失的同时还能提高效率, 可以说是一举两得。可见, 金融机构对代理人进行适当的总风险约束是有益的, 它不仅符合稳健原则, 能尽量避免由于巨大风险敞口使其遭受灭顶之灾; 同时, 还能更好的配置资源。因此, 为控制总风险过大, 付出相应的成本是值得的。

### 4.2 基准组合的作用与监督成本。

以往对基准组合的选择虽然也有一定要求, 但并未强调其有效性。特别Roll(1992)<sup>[5]</sup>得出: 在TEV优化中, 实际组合与基准组合的权重偏离与基准组合的选取无关。它意味着分别选用上证50指数、深成指等不同的基准进行TEV优化, 结果是相同的, 这使得在积极资产组合管理的研究和实践中, 进一步忽视了基准组合的作用。可这并不是从总风险出发的, 具有局限性。本文通过研究固定TEV优化, 在总风险度量的过程中发现: 不同基准组合将会对基金经理的风险控制起到不同的作用, “好”的基准组合会减少监督成本, “差”的基准组合会增加监督成本。可见, 一个更“好”的基准组合将是更“好”的监示器。一方面, 它不仅能使得投资者的资产, 在相同风险的情况下, 获得更高的收益; 另一方面, 它还能更有效的约束、规范管理者的行为。可见, 基准组合的有效程度直接与监督成本相关, 它对积极资产组合管理也应该是相当重要。

### 4.3 成本、风险偏好与总风险约束。

总风险控制有成本, 增加的总风险约束越大, 投资组合风险减少越多, 与此同时, 收益也随之相应减少得越多。本文通过一个拓展的信息比的引入, 确定总风险约束, 体现了一种均衡。一方面, 这一约束是根据基金管理者的风险偏好决定的, 考虑了基金管理者的行为特征。另一方面, 这一约束又是通过增加总风险约束时, 单位风险减少的成本确定的, 使成本和风险的对比是投资者和监督者所能接受的, 反映了他们的风险偏好。

## 5 风险约束机制设计及其算例

基于成本、效率、基准组合、风险偏好的讨论, 我们认为为了防止委托人的资产承担了更大风险,

出现委托代理问题，监督者可以通过总风险约束和基准组合对基金管理者进行约束。其中，总风险约束是根据自身和基金管理者的风险偏好确定；基准组合依据有效性选择。

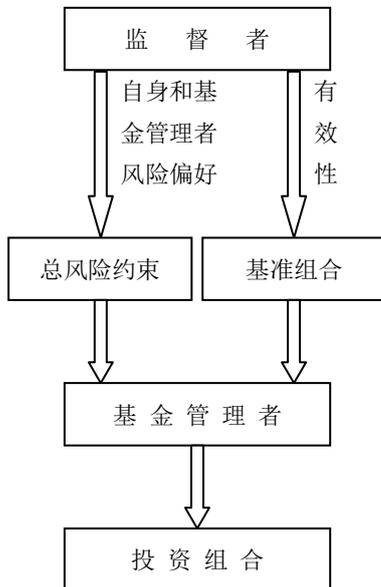


图3 风险约束机制

下面给出一个算例：

基金经理投资于股票市场和债券市场，它可以投资的产品是中信大盘指数、中信中盘指数、中信小盘指数、中信国债指数和中信企债指数。基金监督者通过股票市场指数的70%和债券市场指数的30%所形成的组合作为基准组合评价基金经理的工作，其中股票市场指数可以在中信综合指数、中标300指数、中标50指数中选择，债券市场指数就是中信全债指数。

这里以2005年7月1日至2006年6月30日的日收益率进行计算，数据来源于Wind咨询金融终端。

我们以中信综合指数、中标300指数、中标50指数分别与中信全债指数形成的基准组合分别命名为组合1、组合2、组合3。表1给出了这三个基准组合的均值和方差。

表1 基准组合的均值和方差

	组合1	组合2	组合3
均值	0.153	0.144	0.123
方差	0.862	0.753	0.644

表1中不同基准组合的均值和方差都不同，均

值大的组合，方差也大，并不能直接比较有效性。但当均值都取0.153时，分别用中标300指数、中标50指数与中信全债指数形成组合，得到的方差分别是0.864、1.035。可见，在三个基准组合当中，组合1最为有效、组合2次有效，组合3的有效性最低。因此，基金监督者应选择组合1作为基准组合评价基金经理的工作。

表2 总风险约束及其有效性

T=0.75			
P 值	0.1	0.05	0.01
总风险约束	0.679	1.658	2.549
TEV 最优前沿收益	0.036	0.159	0.270
基准组合下的收益	0.162	0.254	0.304
组合2为基准对应的收益	0.145	0.246	0.296
组合3为基准对应的收益	0.132	0.239	0.279
T=1			
P 值	0.1	0.05	0.01
总风险约束	0.926	2.001	2.963
TEV 最优前沿收益	0.036	0.170	0.291
基准组合下的收益	0.179	0.276	0.327
组合2为基准对应的收益	0.164	0.269	0.321
组合3为基准对应的收益	0.154	0.263	0.304
T=1.5			
P 值	0.1	0.05	0.01
总风险约束	1.450	2.669	3.742
TEV 最优前沿收益	0.039	0.191	0.326
基准组合下的收益	0.210	0.313	0.368
组合2为基准对应的收益	0.196	0.307	0.361
组合3为基准对应的收益	0.191	0.304	0.344

另外，假定不同风险偏好基金经理的跟踪误差分别为0.75、1、1.5，风险厌恶程度不同的基金监督者的 $\rho_p$ 分别是0.1、0.05、0.01。我们以组合1作为基准组合，计算以上不同情况的总风险约束。同时，这里还计算了在基准组合下形成的投资组合收益。另外，为考察文中方法的有效性，我们计算了总风险相同情况下，不增加总风险约束的TEV优化曲线上的组合收益，分别由组合2、组合3作为基准组合对应得到的投资组合收益。具体结果见表2。

表2结果显示，无论跟踪误差 $T$ 取何值，在组合1为基准组合下形成投资组合的收益，都大于总

风险相同时TEV优化前沿的收益，这表明增加总风险约束可以改进组合效率。相同条件下，在组合1为基准组合下得到投资组合的收益最大，由组合2为基准组合对应得到投资组合的收益次之，由组合3为基准组合对应得到投资组合的收益最小，这反映基准组合选择的重要性。

## 6 结束语

Roll(1992)<sup>[5]</sup>提出TEV优化有着种种的优点，使其成为积极资产管理的常用工具。但这一方法只着眼于局部的风险，存在固有缺陷，尤其是它可能导致的委托代理问题，使投资者的资产暴露在他们并不愿意接受的高风险中。Jorion(2003)<sup>[8]</sup>认为可以从总风险的角度对基金经理的行为加以约束，但他并没有完全弄清TEV曲线和固定TEV曲线的关系，所以其结论并不完善。本文正是从TEV曲线和固定TEV曲线的关系出发，基于总风险控制，讨论了成本、效率、基准组合、风险偏好。特别，我们发现增加总风险约束总是有效的，而且基准组合选择将影响固定TEV优化组合的有效性。最后，我们依据这两个重要结论，针对TEV优化，提出了解决资金所有者与资金管理者之间的委托代理问题的风险约束机制，并给出了如何确定相应总风险约束的方法。

我们建议投资者和监督者增加总风险约束以改善组合，从而对基金经理的行为加以限制，这样

不仅让资产更加安全，也让资产的使用更加有效率。在这个过程中，应该选择一个相对更加有效的基准组合，这样可以减少对基金经理的监督成本，事半功倍。

## 参考文献

- [1] Davanzo, Lawrence E., & Stephen Nesbitt. Performance Fees for Investment Management[J]. *Financial Analysts Journal*, 1987, vol. 43, no. 1:14–20.
- [2] Grinold, Richard, & Andrew Rudd. Incentive Fees: Who Wins? Who Loses?[J]. *Financial Analysts Journal*, 1987, vol. 43, no.1:27–38.
- [3] Kritzman, Mark. Incentive Fees: Some Problems and Some Solutions[J]. *Financial Analysts Journal*, 1987, vol. 43, no. 1:21–26.
- [4] Thomas, Lee. Active Management[J]. *Journal of Portfolio Management*, 2000, vol. 26, no. 2:25–32.
- [5] Roll, Richard. A Mean–Variance Analysis of Tracking Error[J]. *Journal of Portfolio Management*, 1992, vol. 18, no.4:13–22.
- [6] Goodwin, Thomas. The Information Ratio[J]. *Financial Analysts Journal*, 1998, vol.54, no.4:34–43.
- [7] Chow, George. Portfolio Selection Based on Return, Risk, and Relative Performance[J]. *Financial Analysts Journal*, 1995, vol. 51, no.2:54–60.
- [8] Jorion Philippe. Portfolio Optimization with Tracking-Error Constraints[J]. *Financial Analysts Journal*, 2003, vol.59, no.5:70–82.

## Risk Control Mechanism of Active Portfolio Investment with Tracking Error Constrains

Fang Yi    Zhang Yishan

(Business School of Jilin University, Chang Chun, 130012)

**Abstract:** TEV (Tracking Error Volatility) Optimization which is widely used in active portfolio management has an inherent flaw. The assets of investors have greater risk, owing to the actions of managers. Jorion (2003) noted that C-TEV (Constant-TEV) Optimization can improve performance of the portfolio. The paper concentrates on TEV Optimization and C-TEV Optimization. It explores the conclusions of Jorion is not right-on and discusses efficiency, cost, role of benchmark and risk preference, and designs a more effective risk control mechanism.

**Key words:** tracking error; information ratio; overall risk; benchmark portfolio