

我国消费增长均值过程和波动过程的双长期记忆性测度^{*}

金晓彤, 闫 超

(吉林大学数量经济研究中心; 吉林大学商学院; 吉林 长春 130012)

摘 要: 本文基于 ARFIMA – FIGARCH 模型对我国 1995 年 1 月至 2009 年 12 月期间社会消费品零售总额增速的动态过程进行检验, 发现我国消费增长的一阶矩和二阶矩均存在显著的长期记忆性特征, 即我国消费增长序列具有双长期记忆性特征, 这表明我国消费增长序列具有一定的粘性。同时, ARFIMA – FIGARCH 模型的估计结果说明, 相对于 ARFIMA 模型以及 FIGARCH 模型而言, ARFIMA – FIGARCH 模型的估计效果更优。

关键词: 消费增长; 长期记忆性; ARFIMA – FIGARCH 模型

一、引言

自我国 1996 年实现经济“软着陆”以来, 我国的经济始终保持平稳较快发展的势头。统计资料显示, 从 1996 年至今, 我国 GDP 的年平均增速为 11%。然而, 与之形成鲜明对比的是我国居民消费率却持续低迷, 甚至呈现出逐年下降的态势, 从 1996 年的 47.7% 已经减少到 2008 年的 36.1%。从世界银行的统计数据来看, 我国居民消费率已达到整个亚太地区的最低水平。作为推动经济增长的“三驾马车”之一, 消费无疑在国民经济中具有举足轻重的地位, 而我国消费持续不振也成为制约我国经济发展的重大难题。

诸多学者对于我国消费问题给予了极大的关注, 并基于不同角度, 不同数据和不同研究方法进行了深入的研究和探讨。如杨天宇 (2001), 胡日东和王卓 (2002) 以及臧旭恒和张继海 (2005) 检验了城镇居民收入分配同居民平均消费倾向之间的关系, 结果表明收入分配同消费需求密切相关。袁志刚和朱国林 (2002) 从理论和计量两方面表明, 收入分配会影响总消费, 合理的转移支付和收入再分配政策有助于提高总消费。罗楚亮 (2004) 利用相关调查数据分析收入不确定性、失业风险、医疗支出不确定性 & 教育支出等因素对城镇居民消费行为的影响, 结果表明 20 世纪 90 年代后期以来, 居民就业机会的下降、收入不稳定性的增加及医疗、教育等支出的增长对居民消费水平产生了严重的负面影响。徐海云、涂雄苓和罗付岩 (2007) 应用对应分析方法对居民消费结构随收入变化的情况进行了研究, 发现收入梯度对居民消费具有显

著影响。吴晓明和吴栋 (2007) 运用我国 1985 至 2004 年的居民消费数据, 通过误差修正模型和对数线性模型进行计量分析, 发现我国现阶段城镇居民收入分配对居民平均消费倾向的长期影响尤为显著。田青、马健和高铁梅 (2008) 利用我国 1999 年 – 2006 年相关数据分析消费习惯、收入、购房支出、医疗、教育支出、收入波动及利率等因素对消费的影响。实证结果表明, 消费习惯、收入是影响消费的主要因素。

近年来, 长期记忆性过程和 ARCH 模型作为典型非线性随机模型被广泛应用于描述经济时间序列特征。长期记忆性过程表明, 非线性结构是序列长期依赖性的积累结果。Baillie (1996) 等在 GARCH 模型的基础上提出了具有更好解释能力的 FIGARCH 模型, 并证实时间序列条件方差中存在长期记忆性效应。由于均值过程和条件方差过程均有可能存在长期记忆性效应, Teyssiere (1997) 构造了描述时间序列及其波动的双长期记忆性 ARFIMA – FIGARCH 模型。我国学者陈太明 (2007) 基于 GARCH – M 模型对产出增长及产出增长不确定性进行了实证分析的结果表明, 产出增长不确定性与产出增长率之间存在负相关关系。刘金全等 (2010) 运用 ARFIMA – FIGARCH 模型度量和检验了产出增长与产出增长不确定性中存在的长期记忆性行为。

在本文中, 我们试图使用 ARFIMA 模型、FIGARCH 模型以及 ARFIMA – FIGARCH 模型等方法对我国消费增长序列的均值过程及其波动过程的长期记忆性效应进行检验, 用以分析我国消费增长序列中是否存在均值过程和波动过程的长期记忆性特征, 从而

作者简介: 金晓彤 (1964 –), 女, 回族, 吉林省长春市人, 吉林大学经济学博士、商学院副院长, 教授, 博士生导师; 闫超 (1985 –), 女, 汉族, 吉林省吉林市人, 吉林大学商学院博士研究生。

基金项目: 本研究得到国家社会科学基金项目 (09BJL056)、教育部人文社会科学研究项目 (09YJA790081)、吉林省科技厅软科学项目 (362094070531)、教育部新世纪优秀人才支持计划项目 (450021230274) 的资助

探求我国消费低迷的内在原因。

二、消费增长均值过程及波动过程的长期记忆性分析方法

长期记忆性效应表现为一个序列的自相关函数缓慢衰减,这种衰减过程服从幂法规则(呈双曲线),与自相关函数中呈几何衰减的短期记忆性过程(如AR-MA过程)相比,其衰减速度要缓慢得多。

(一) ARFIMA 模型

Granger 和 Joyeux (1980) 以及 Hosking (1981) 等基于分数差分噪声模型提出了 ARFIMA 模型。由于该模型能够模拟经济时间序列中的强持续性和长记忆性,因此被广泛应用于经济、金融等领域的研究,常见的线性 ARFIMA(p, d, q) 模型定义如下:

$$\phi(L)(1-L)^d(y_t - \mu) = \theta(L)u_t \quad (1)$$

其中, $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$, $\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q$ 分别为 p 阶和 q 阶滞后多项式, L 为滞后算子,其所有特征根均在单位圆外, π_t 为可观测样本序列, μ 为均值,扰动项 $u_t \sim iidN(0, \sigma^2)$, 分整算子 $(1-L)^d$ 可由二项式进行展开:

$$(1-L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)}L^k \quad (2)$$

其中, Γ 为伽玛函数,用 $p+q$ 个参数描述 ARFIMA(p, d, q) 过程的短记忆性特征,用参数 d 反映过程的长记忆性特征。当 $-0.5 < d \leq 0$ 时,序列平稳不具有记忆性;当 $0 < d < 0.5$ 时,序列平稳具有有限方差和长期记忆性;当 $0.5 \leq d < 1$ 时,序列非平稳具有无限方差和持久记忆性,但记录了均值回归过程;当 $d > 1$ 时,序列将不会回复到其均值水平。

(二) FIGARCH 模型

为了捕捉时间序列波动率的长记忆性, Baillie 等 (1996) 将 IGARCH 模型中的差分算子 $(1-L)$ 替换为分数差分算子 $(1-L)^d$, $0 < d < 1$, 提出了具有长记忆性的 FIGARCH(r, d, s) 模型,其形式如下:

$$\alpha(L)(1-L)^d u_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)]v_t$$

$$v_t = u_t^2 - \sigma_t^2 \quad (3)$$

或表示为:

$$(1 - \beta(L))\sigma_t^2 = \omega + [1 - \beta(L) - \alpha(L)(1-L)^d]u_t^2 \quad (4)$$

其中, $\alpha(L) = 1 - \alpha_1 L - \dots - \alpha_r L^r$, $\beta(L) = \beta_1 L + \dots + \beta_s L^s$ 。对所有 $i = 1, \dots, r$ 和 $j = 1, \dots, s$ 有 $\alpha_i > 0, \beta_j > 0$, 且满足平稳性条件: $0 \leq \sum_{i=1}^r \alpha_i \leq 1, 0 \leq \sum_{j=1}^s \beta_j \leq 1$ 。显然,上述 FIGARCH 模型涵括了当 $d = 0$ 或 $d = 1$ 时的 GARCH 模型和 IGARCH 模型,分整算子 $(1-L)^d$ 同 ARFIMA 模型的多项式展开表达式 (2) 相同。若 k 充分大,则 $\Gamma(k-d)/\Gamma(k+1) \approx k^{-d-1}$, 无限多项式 (2) 的

系数以指数形式衰减。此外, FIGARCH 模型用 $r+s$ 个参数描述条件方差过程的短记忆性特征,用参数 d 反映该过程的长记忆性特征,且 $0 < d < 1$ 满足可逆性条件。

在 GARCH 模型中,过去信息的平方对当前条件方差的影响随滞后长度的不同以指数形式衰减,在 IGARCH 模型中,过去信息对滞后长度的影响依然存在。但是,在 FIGARCH 模型中,过去信息对当前条件方差的影响随滞后阶长度以双曲率逐渐消失。因此,相对于 GARCH 和 IGARCH 模型而言, FIGARCH 模型能够更好地捕捉序列的波动动态结构性性质。

(三) ARFIMA - FIGARCH 模型

由于均值过程和条件方差过程均有可能存在长记忆性效应, Teyssiere (1997) 把具有时变条件异方差的 ARFIMA 模型作为长记忆性 FIGARCH 模型的条件均值方程,构造出描述时间序列及其波动的双长记忆性 ARFIMA - FIGARCH 模型。假设消费增长序列为 $\{c_t\}_{t=1}^T$, 则 ARFIMA(p, d_m, q) - FIGARCH(r, d_v, s) 模型形式如下:

$$\phi(L)(1-L)^{d_m}(c_t - \mu) = \theta(L)u_t, u_t \sim iidN(0, \sigma_t^2) \quad (5)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta(L)(\sigma_t^2 - u_t^2) + [1 - \alpha(L)(1-L)^{d_v}]u_t^2 \quad (6)$$

其中, u_t 为均值, ω 为常数项, d_m 和 d_v 分别为消费增长及其波动过程的长期记忆性参数, $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$, $\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q$, $\alpha(L) = 1 - \alpha_1 L - \dots - \alpha_r L^r$ 和 $\beta(L) = \beta_1 L + \dots + \beta_s L^s$ 分别为滞后算子多项式,满足平稳性和可逆性条件。分整算子 $(1-L)^{d_m}$ 和 $(1-L)^{d_v}$ 仍然同 ARFIMA 模型的多项式展开表达式 (2) 相似:

$$(1-L)^{d_m} = 1 - d_m L + \frac{d_m(d_m-1)}{2!}L^2 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d_m)}{\Gamma(-d_m)\Gamma(k+1)}L^k \quad (7)$$

$$(1-L)^{d_v} = 1 - d_v L + \frac{d_v(d_v-1)}{2!}L^2 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d_v)}{\Gamma(-d_v)\Gamma(k+1)}L^k \quad (8)$$

(四) 尾部分布形式

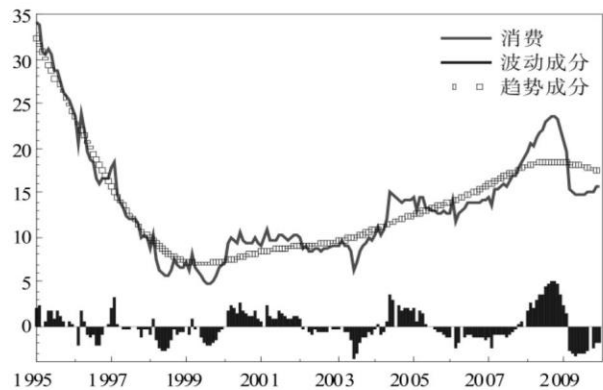
残差分布的假设是对模型进行极大似然估计的基础,在前面的模型中,均假设分布形式满足高斯正态分布,即扰动项,但这种假设在经济数据拟合中受到极大地质疑,因为很多时间序列数据具有较大尾部概率值的厚尾特征,从而使得正态分布假定可能会造成模型设定误差的出现。为解决上述问题, Bollerslev (1987) 提出了描述厚尾特征的分布密度函数,即 Student-t 分布,这种分布被广泛应用于 GARCH 模型中。

三、我国消费增长均值过程及波动过程中的长期记忆性经验研究

我们利用上述方法,首先对我国消费增长动态过程的特征进行描述,进而检验我国消费增长均值过程及波动过程中的长期记忆性效应特征。

(一) 时间序列的数据描述

图 1 我国消费增长序列及其波动成分与趋势成分



我们采用我国社会商品零售总额月度同比增长率数据代表我国消费增长序列,样本区间为 1995 年 1 月至 2009 年 12 月,共 180 个样本。数据来源于中经网数据库,

表 1 消费增长序列的描述性统计量

样本数	均值	标准差	偏度	峰度	J - B 正态检验	
					J - B 统计量	概率 P 值
180.00	13.695	6.2343	1.1301	4.0373	46.385	0.0000

(二) 我国消费增长均值过程及波动过程的长期记忆性检验

为了检验我国消费增长一阶矩当中是否存在长期记忆性特征,我们采用 ARFIMA 模型进行测度。首先我们分别根据 Akaike(AIC) 和 Schwartz(BIC) 两种信息准则来确定 ARFIMA 模型的滞后阶数,信息准则值越小说明模型设定越好。利用极大似然估计方法对 ARFIMA 模型进行估计,可以得到每个模型的对数似然值,从而可以计算 AIC 和 BIC 准则值:

$$AIC = -2 \log L/T + 2k/T, BIC = -2 \log L/T + k \log T/T$$

其中,log L 为对数似然值,k 为参数个数,T 为样本

表 2 ARFIMA (3, d, 1) 模型估计

ϕ_1	- 0.0428* (0.1041)	μ	0.8544 * * (0.6515)
ϕ_2	- 0.9875 * * (0.0184)	d	0.2500 * * (0.0792)
ϕ_3	- 0.0807* (0.1022)	σ	7.3957 * * (0.7086)
θ_1	0.0522 * * (0.0215)	v	3.2420 * * (0.5633)
log L	- 618.42		

注:括弧内数值为参数估计值的对应标准差,“* *”、“*”和“+”分别表示在 1%、5% 和 10% 水平下显著。

为了检验我国消费增长序列的二阶矩中是否存在长期记忆性特征,我们运用上文提及的 FIGARCH 模型对其进行测度。同估计 ARFIMA 模型相类似,我们首先需要确定 FIGARCH 模型的滞后阶数。在不同滞后阶数下估计的 AIC 和 BIC 准则值结果表明,当时,消费增长

文中涉及的所有程序由 Gauss 8.0 及 Ox 语言完成。图 1 给出了我国消费增长序列的时间变化路径(其中消费增长的趋势成分由 HP - 滤波获得,图中的柱形图表示消费增长的波动成分,即消费增长与消费增长趋势水平之间的差距)。

由图 1 可以看出,从 1995 年至 1999 年期间,我国消费增长序列呈现出较为快速的下降态势,这应该归因于 1996 年我国经济“软着陆”后的实际效应。而从 1999 年至今我国消费增长序列总体表现出相对平稳且缓慢上升的趋势,而 2008 年末至 2009 年末,由于受到全球金融危机的影响,我国消费增长再次出现下滑的态势。

表 1 给出了我国消费增长序列的描述性统计量。从偏度统计量和峰度统计量可以看出,我国消费增长序列具有“尖峰厚尾”的特征,同时,J - B 正态性检验统计量及相应的概率 P 值结果进一步说明,我国消费增长序列显著拒绝服从正态分布的原假设,因此,我们在对我国消费增长序列的分布函数进行描述时,考虑使用比正态分布具有更厚尾性质的 Student - t 分布。

个数。

ARFIMA 模型在不同滞后阶数下估计的 AIC 和 BIC 准则值结果表明,当 $p = 3, q = 2$ 时,消费增长序列的 ARFIMA 模型最优。表 2 给出了测度我国消费增长序列长期记忆性效应时采用的最优 ARFIMA(3, d, 2) 模型的参数估计结果,在此我们采用 Student - t 分布来描述消费增长序列中的“尖峰厚尾”分布特征。表 2 中的模型估计结果显示,表征均值过程长期记忆性参数的估计值 $d = 0.2500$,且在 1% 水平下显著。这表明在我国消费增长的一阶矩中存在明显的长期相依性效应,而尾部参数的估计值 $v = 3.2420$ 及其显著性结果证实了在估计 ARFIMA 模型时采用 Student - t 分布的必要性。

数的估计值 及其显著性结果可以看出,在我国消费增长序列的二阶矩中也存在显著的长期相依性特征,同时,尾部参数的估计值 及其显著性结果表明,我们在估

计 FIGARCH 模型时运用 Student - t 分布来描述消费增长序列中存在的“尖峰厚尾”分布特征是恰当的。

表 3 FIGARCH (2, d, 1) 模型估计

ω	α_1	α_2	β_1	d	v	$\log L$
0.0606* (0.3659)	2.3496* (2.1221)	0.9948** (0.3798)	0.8949** (0.0634)	0.0563** (0.0429)	3.0696** (0.5535)	-598.59

注: 括弧内数值为参数估计值的对应标准差 “**”、“*” 和 “+” 分别表示在 1%、5% 和 10% 水平下显著。
通过前面的研究我们发现,我国消费增长序列的一阶矩和二阶矩中均存在显著的长期记忆性。在此,我们利用 ARFIMA - FIGARCH 模型对我国消费增长序列的均值过程和波动过程共同进行检验。由 AIC 准则和 BIC 准则确定的最优 ARFIMA - FIGARCH 模型的滞后阶数为 $p = 3, q = 1, r = 1, s = 1$ 。表 4 给出了测度我国消费增长均值过程及其波动过程中双长期记忆性效应的最优 ARFIMA (3, d_m , 1) - FIGARCH (1, d_v , 1) 模型估计结果。从表征均值过程长期记忆性参数的估计值 $d_m = 0.2784$ 及其显著性结果以及代表波动过程长期记忆性参数的估计值 $d_v = 0.9809$ 及其显著性结果可以看出,我国消费增长均值过程和波动过程中均存在显著的长期记忆性。而尾部参数的估计值 $v = 2.9645$ 及其显著性结果再一次证实了在估计 ARFIMA - FIGARCH 模型时

考虑 Student - t 分布的必要性。
另外,我们可以构造似然比(LR) 统计量来进一步比较本文所采用的三个模型的拟合效果,显然,三个不同的对数似然值(log L) 估计结果说明,相对于 ARFIMA 模型以及 FIGARCH 模型而言,ARFIMA - FIGARCH 模型的估计效果更优。从消费增长均值过程的长期记忆性参数估计结果来看,ARFIMA - FIGARCH 模型的估计结果($d_m = 0.2784$) 与 ARFIMA 模型的估计结果($d = 0.2500$) 基本相同;而代表消费增长波动过程长期记忆性参数的估计结果则表明,ARFIMA - FIGARCH 模型的估计结果($d_v = 0.9809$) 与 FIGARCH 模型的估计结果($d = 0.0563$) 相比更能体现出消费增长波动过程中具有较强长期记忆性特征。

表 4 ARFIMA (3, d_m , 1) - FIGARCH (1, d_v , 1) 模型估计

ϕ_1	-0.9317** (0.0057)	ω	5.8703** (2.6272)
ϕ_2	0.1012** (0.0630)	α_1	0.7692** (0.3210)
ϕ_3	0.0023* (0.0599)	β_1	0.0021** (0.2351)
θ_1	-1.0610** (0.0008)	d_v	0.9809** (0.4453)
μ	0.0510* (0.0028)	v	2.9645** (0.6001)
d_m	0.2784** (0.0056)	$\log L$	-592.77

注: 括弧内数值为参数估计值的对应标准差 “**”、“*” 和 “+” 分别表示在 1%、5% 和 10% 水平下显著。
图 2 消费不确定性 (条件异方差 $\times 10^{-4}$)

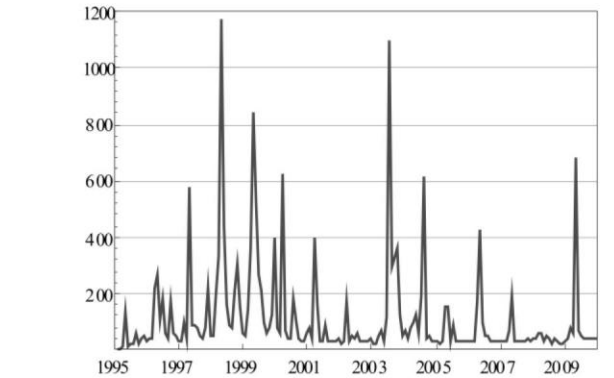
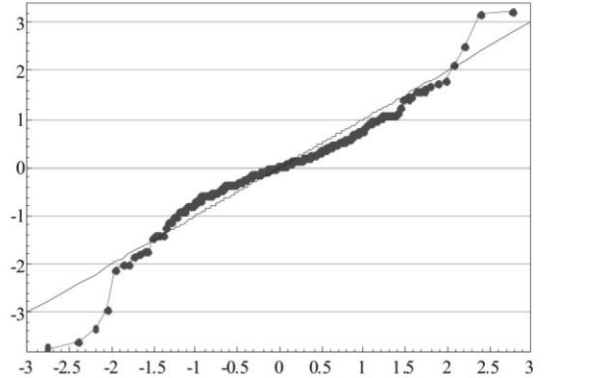


图 2 和图 3 分别为我们基于 ARFIMA - FIGARCH 模型,对消费增长序列进行计算检验得到的条件异方差估计结果的时间动态轨迹以及对应标准化残差的 Q - Q 图。对应图 1 可知,当我国消费增长序列波动较为强烈时,我国消费增长条件异方差也出现较大幅度

图 3 标准化残差的 Q - Q 图



的波动。具体而言,在样本区间内,我国消费增长序列在 1995 年至上世纪末,2003 年至 2005 年以及 2008 年至 2009 年出现了较为明显的起落,而消费增长的条件异方差在对应时域区间也呈现出剧烈的波动性特征。此外,由图 3 可以看出,标准化残差 Q - Q 图的两端

出现了许多异常值, 这证明与正态分布相比, 我们采用的 Student - t 分布恰当地体现了我国消费增长水平及其波动序列的长期记忆性特征。

四、主要结论

我们通过对我国消费增长均值过程和波动过程中的长期记忆性参数进行估计和识别, 以检验我国消费增长均值过程及其波动过程中是否存在显著的长期记忆性。我们基于我国社会消费品零售总额月度数据运用 ARFIMA 模型、FIGARCH 模型以及 ARFIMA - FIGARCH 模型, 得到如下结论:

首先, ARFIMA 模型对均值过程长期记忆性参数的估计结果表明我国消费增长均值过程中具有较为显著的长期记忆性, 从 FIGARCH 模型对波动过程的长期记忆性参数的估计结果可以看出, 我国消费增长波动过程中也存在显著的长期相依性特征; 同时, 从对 ARFIMA - FIGARCH 模型均值过程长期记忆性参数的估计结果以及对波动过程长期记忆性参数的估计结果也可以看出, 我国消费增长均值过程和波动过程中都存在非常显著且较强的长期记忆性效应。

其次, 我们将 ARFIMA - FIGARCH 模型的估计结果分别与 ARFIMA 模型以及 FIGARCH 模型的估计结果进行比较, 发现由消费增长均值过程的长期记忆性参数估计结果表明 ARFIMA - FIGARCH 模型的估计结果与 ARFIMA 模型的估计结果大体相同; 而从代表消费增长波动过程的长期记忆性参数估计结果来看, ARFIMA - FIGARCH 模型的估计结果则更能体现我国消费增长序列波动过程中具有较强长期相依性的特征。此外, 我们通过构造似然比 (LR) 统计量来进一步比较本文中三个模型的拟合效果, 三个不同的对数似然值 ($\log L$) 估计结果说明, 相对于 ARFIMA 模型以及 FIGARCH 模型而言, ARFIMA - FIGARCH 模型的估计效果更优。

我们的研究结果发现, 我国消费增长的均值过程和波动过程均存在显著的长期记忆性, 即我国消费增长存在“双长期记忆性”。这意味着我国居民的消费增长具有一定的粘性。我们认为消费增长序列的长期记忆性可能是每个要素短期记忆过程的积聚, 即居民消费行为有同前期保持一致的趋势, 这包括消费习惯和传统消费观念对居民的长期影响。由于存在这种消费增长粘性, 导致相关的刺激消费政策在某种程度上失效, 比如我国推行的降低利率等积极的货币政策对消费增长始终收效甚微。我们认为要刺激消费, 扩大内需, 拉动经济平稳较快发展, 从根本上解决消费不振的问题, 就要增加居民的实际收入。正如温总理在政府工作报告中所言, 要合理地改善收入分配制度, 逐步地提高居民收入在国民收入分配中的比重, 提高

劳动报酬在初次分配中的比重, 这不仅有利于刺激消费增长, 同时也有利于增强社会公平, 真正促进社会和谐发展。

参考文献:

- [1] 陈太明. 不确定性、通货膨胀与产出增长[J]. 经济理论与经济管理, 2007, (12).
- [2] 胡日东, 王卓. 收入分配差距、消费需求与转移支付的实证研究[J]. 数量经济技术经济研究, 2002, (4).
- [3] 刘金全, 隋建利, 闫超. 我国实际产出增长率及不确定性过程中的长记忆性和相关性检验[J]. 社会科学战线, 2010, (1).
- [4] 罗楚亮. 经济转轨、不确定性与城镇居民消费行为[J]. 经济研究, 2004, (4).
- [5] 田青, 马健, 高铁梅. 我国城镇居民消费影响因素的区域差异分析[J]. 管理世界, 2008, (7).
- [6] 吴晓明, 吴栋. 我国城镇居民平均消费倾向与收入分配状况关系的实证研究[J]. 数量经济技术经济研究, 2007, (5).
- [7] 徐海云, 涂雄苓, 罗付岩. 我国城镇居民消费结构沿收入梯度的响应——基于对应分析[J]. 系统工程, 2007, (12).
- [8] 杨天宇. 中国居民收入分配影响消费需求的实证研究[J]. 消费经济, 2001, (1).
- [9] 袁志刚, 朱国林. 消费理论中的收入分配与总消费[J]. 中国社会科学, 2002, (2).
- [10] 臧旭恒, 张继海. 收入分配对中国城镇居民消费需求影响的实证分析[J]. 经济理论与经济管理, 2005, (6).
- [11] Baillie R. T., Bollerslev, T. and Mikkelsen, H., 1996. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, Journal of Econometrics, 74, 3 - 30.
- [12] Granger, C. W. J. and Joyeux, F., 1980. An introduction to long memory time series models and fractional differencing, Journal of Time Series Analysis, 1, 15 - 29.
- [13] Hosking, J. R. M., 1981. Fractional differencing, Biometrika, 68, 165 - 176.
- [14] Teyssiere, G., 1997. Double Long - Memory Financial Time Series, Paper Presented at the ESEM, Toulouse.

(编辑校对: 余朝锡 金界一)