

# 我国股指期货与股票现货基差动态门限的研究 ——基于非参数 TAR 模型的分析

毛志方 陈守东

(1. 吉林大学商学院; 2. 吉林大学数量经济研究中心, 吉林长春, 130012)

**摘要:** 我国股指期货和股指现货市场基差的非线性门限特征并非是静态的, 其动态特征是不容忽视的。本文通过构造对称三阶段门限自回归模型, 运用非参数贝叶斯推断的估计方法, 分析了滚动窗口下沪深 300 股指期货修正基差的动态门限特征, 结果证实: 我国股指期货市场较国外成熟市场具有较为明显的短期特征; 市场具有一定的自我修复能力, 但在修复期重复受到基差偏离的冲击则可能引起市场失灵。

**关键字:** 基差; 对称三阶段门限自回归模型; 非参数; 动态

## A Research on the Dynamic Thresholds of CSI300 Index Future Basis based on Non-parameter Thresholds Autoregression Model

**Abstract:** The thresholds of the basis of China's stock index future is not static, and the dynamic nonlinear feature cannot be ignored. We analyzed the dynamic thresholds of the fixed basis of CSI300 index future by rolling-window symmetric three-regime threshold autoregressive model, which is estimated by non-parameter Bayesian inference. The empirical result shows: China's stock index future market has an obvious short-term feature compared to mature foreign markets; the market has a certain self-repairing ability, but repeated shocks during the repairing period is likely to cause market failure.

**Keywords:** Basis; Symmetric 3-regime TAR; Non-parameter; Dynamic

### 一、引言与文献综述

2010 年 4 月 16 日, 在经过多年的制度准备和模拟交易后, 沪深 300 股指期货作为我国首个金融衍生品正式推向证券市场, 对我国证券市场产生了深远的影响。证券监管机构及业内从业人员纷纷看好这一发展趋势, 认为股指期货的推出不仅弥补了我国证券市场不具备卖空机制的缺陷, 也会因为其价格发现作用将我国证券市场带上一个良性稳定发展的轨道。然而, 2015 年我国股市异常波动的出现让监管层和投资者对股指期货市场本应发挥的稳定市场作用产生了质疑。自 2015 年 5 月起, 中金所上市交易几个股指期货品种均出现了与标的股指长期大幅背离的情况, 甚至出现了股指期货引领和加深现货股指快速下跌的现象, 迫使监管层于 2015 年 8 月底起启用限制单日开仓交易量、提高套期保值和非套期保值持仓交易保证金等临时管制措施。在监管层及业内尚未就股指期货对证券市场所造成的影响定性之前, 此举先通过控制成交总量以排除股指期货对现货指数造成恶性影响的可能性, 自此中金所股指期货交易量大幅萎缩, 实质性地失去了对现货指数的影响能力。同时国内股指的进一步下跌也让市场从主观上认识到股指期货并非引起股指异常波动的根本原因, 但客观上股指期货在这期间究竟对市场产生了多大程度上的影响还有待进一步探究。从股指期货的交易作用来看, 投资者主要应用其进行套期保值和套利交易, 其最主要的参考指标是基差, 这也是

市场观察股指期货行情最直接有效的指标之一。因此，在当前市场呼吁重新放开股指期货市场监管之际，以基差作为主要分析对象，重新审视我国股指期货推出以来与股指现货之间的影响关系，对监管层和投资者进一步认清股指期货在证券市场中发挥的作用具有理论价值和实践意义。

目前已有学者已对我国股指期货出现异常波动前的基差序列进行了实证分析。张雪莹和刘洪武（2012）对沪深 300 五分钟高频数据应用单门限自回归模型的分析发现，基差序列在大多数时间内呈现正基差的现象且具有高度一阶自相关特性，期货价格偏离现货价格在一定程度上具有持续性的特征。陈焱等（2013）使用沪深 300 修正基差通过 Granger 因果关系检验、协整检验、向量误差修正模型和方差分解等分析，认为期货与现货价格之间存在长期均衡关系但因果关系不显著，两市联动机制未能有效实现。蒋勇等（2013）使用三阶段门限自回归模型仔细分析了沪深 300 修正基差日频数据，其结果证实了三阶段门限自回归模型在刻画基差序列时的有效性，并从模型识别出了我国股指期货正反套利成本不对称的特性。

上述研究都证实了基差序列的门限特征在我国股指期货市场也是客观存在的，但有两点缺陷仍需进一步改进：从分析方法上看，之前的研究是利用门限自回归模型计算得到静态门限值，这在稳定的市场环境下是可以得到有效结论的，但遇到股指期货异常波动等特殊情况则会失真；从估计方法上看，门限自回归模型的非线性特征使得函数存在不连续的情况，前面的研究通常在估计过程中引入网格搜索算法来寻找局部最优解，但这种方法得到的估计量可能不是有效的。因此本文将把门限自回归模型推广为非参数模型，利用 MH 算法回避网格搜索算法的缺陷，并使用滚动窗口的方法考察基差门限的动态特征，重点分析我国股指期货市场异常波动前后门限特征的变化。

## 二、理论模型与估计方法

Cornell 和 French (1983) 在完全市场假定下提出了持有成本模型 (Cost of Carry)，提出了衡量期货价格和现货价格在理论上的函数关系，即 期货价格=现货价格+融资成本-分红收益。Martin 等 (1998) 在其研究基础上提出了修正基差的定义方式：

$$z_t = \ln F_{t,T} - \ln S_t - (r_{t,T} - D)(T-t) \quad (1)$$

其中， $F_{t,T}$  是 t 期的在 T 日交割的期货价格， $S_t$  是 t 期的标的现货指数， $r_{t,T}$  是用于衡量融资成本的 t 至 T 时间段内平均无风险利率， $D$  是用于衡量分红收益的市场平均股息率。这样计算得到的修正基差就排除了融资成本和分红收益对原基差的影响，这也与国内相关研究所使用基差形式是一致的。

股指期货的应用价值主要是套期保值，而期货价格与现货价格之间的均衡则主要靠投资者的套利交易使其呈现均值回复现象，但证券市场交易摩擦的存在使得套利者不会无视其交易成本，因此理论上无套利区间存在于基差序列当中。Tong 和 Lin (1980) 提出的回归模型 (Threshold Autoregression Model, TAR) 则可以很好地描述这种数据序列，在门限参数的控制下，TAR 模型在刻画非线性时间序列中所具有的门限波动特征和参数分段特征有较为贴切的实际拟合效果。针对本文所要研究的基差门限动态演变过程，设计了如下形式的对称三阶段门限自回归模型，来刻画无套利区间内外异质的波动特性：

$$z_t = \left( \Gamma_{10} + \sum_{j=1}^p \Gamma_{1j} z_{t-j} + \varepsilon_1 \right) \mathbf{1}(|z_{t-1}| \leq \gamma) + \left( \Gamma_{20} + \sum_{j=1}^p \Gamma_{2j} z_{t-j} + \varepsilon_2 \right) \mathbf{1}(|z_{t-1}| > \gamma) \quad (2)$$

其中  $\varepsilon_i$  ( $i=1,2$ ) 为 0 均值,  $\sigma^2$  方差的独立同分布误差项。这样设置的三门限 TAR 模型使得基差在正向市场和负向市场的门限值统一为一个, 即假设股指期货及其现货在对冲交易中买多和卖空的双向交易是完全对等的, 作此处简化假设是为了体现基差序列均值恢复的特性, 把突破门限值的波动情况集中在  $\gamma$  一个变量上, 便于跟踪其动态演变过程。

在 TAR 模型的估计方面, Tsay (1989) 利用排列的自回归配合最小二乘估计法给出了广泛使用的“四步法”。然而, 其中“四步法”的第三步是在给定  $p$  和  $d$  的情况下, 使用 AR 部分得到的估计值和  $t$  值来绘制格点图, 并利用格点图来确定门限值, 即格点搜索算法。Tsay 的方法解决了之前一直困扰研究人员的 TAR 模型估计问题, 但其结果有效性仍然存在疑问。因此本文采用基于贝叶斯方法的马尔科夫链蒙特卡洛模拟 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 方法来估计 TAR 模型, 通过构造一个细致平稳的马尔科夫链来规避 Tsay 四步法中的估计缺陷, 最后统计各参数的后验分布来获得贝叶斯推断估计值。在 Chen 和 Lee (1995) 研究的基础上, 下面将简要描述本文中 TAR 的 MCMC 估计及其各参数的估计方法。

记  $\Gamma_1 = (\Gamma_{10}, \Gamma_{11}, \dots, \Gamma_{1p})'$ ,  $\Gamma_2 = (\Gamma_{20}, \Gamma_{21}, \dots, \Gamma_{2p})'$ ,  $\pi_i$  为  $\{z_p, \dots, z_{n-1}\}$  内第  $i$  小基差的时间下标, 以下条件后验分布中的  $\alpha, \beta, a, b$  为超参数。

(1) 首先,  $\Gamma_1$ 、 $\Gamma_2$  相互独立, 其先验分布服从于正态分布  $N(\Phi_{0i}, V_i^{-1})$ , 其条件后验分布服从于

$$p(\Gamma_i | z, \sigma^2, \gamma) \sim N(\Phi_i^*, V_i^{*-1}), \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

其中

$$\Phi_i^* = \left( \frac{Z_i^{*'} Z_i^*}{\sigma^2} + V_i \right)^{-1} \left( \frac{Z_i^{*'} Z_i^*}{\sigma^2} \hat{\Phi}_i + V_i \Phi_{0i} \right), \quad V_i^* = \left( \frac{Z_i^{*'} Z_i^*}{\sigma^2} + V_i \right)$$

上两式中有

$$\begin{aligned} z_{\pi_s} &\leq \gamma < z_{\pi_{s+1}}, & \mathbf{z}_t &= (1, z_{t-1}, \dots, z_{t-p})' \\ Z_1^* &= (\mathbf{z}_{\pi_1+1}, \dots, \mathbf{z}_{\pi_s+1})', & Z_2^* &= (\mathbf{z}_{\pi_{s+1}+1}, \dots, \mathbf{z}_{\pi_{n-p}+1})' \\ Y_1^* &= (y_{\pi_1+1}, y_{\pi_2+1}, \dots, y_{\pi_s+1})', & Y_2^* &= (y_{\pi_{s+1}+1}, y_{\pi_{s+2}+1}, \dots, y_{\pi_{n-p}+1})' \\ \hat{\Phi}_i &= (Z_i^{*'} Z_i^*)^{-1} Z_i^{*'} Y_i^* \end{aligned}$$

(2) 其次,  $\sigma^2$  的先验分布服从逆伽马分布  $IG(\alpha, \beta)$ , 其条件后验分布服从

$$p(\sigma^2 | z, \Gamma_i, \gamma) \sim IG\left(\alpha + \frac{n-p}{2}, \beta + \frac{s^2}{2}\right), \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

$$\text{其中 } s^2 = \sum_{i=1}^2 (Y_i^* - Z_i^{*'} \Phi_i)' (Y_i^* - Z_i^{*'} \Phi_i)$$

(3) 最后,  $\gamma$  的先验分布服从区间  $(a, b)$  内的均匀分布, 其条件后验分布服从

$$p(\gamma | z, \Gamma_1, \Gamma_2, \sigma^2) \propto \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \cdot s^2\right) \cdot I(a < \gamma < b) \quad (5)$$

从上面的叙述中，因为  $\Gamma_1, \Gamma_2, \sigma^2$  可以指定出自然共轭先验分布，故式 (3) (4) 为标准分布形式的后验分布表达式，因此我们可以采用 Gibbs 抽样的方式对  $\Gamma_1, \Gamma_2, \sigma^2$  进行抽样。Gibbs 抽样的基本思想是，依次使用其它参数为条件，从指定条件后验分布中抽取目标参数，之后作为其它参数的条件进入迭代。而对于  $\gamma$  未知其自然共轭先验分布，式 (5) 可以采用 MH 算法 (Metropolis-Hastings Algorithm) 对  $\gamma$  进行一般性抽样。MH 算法是 Gibbs 抽样的一般形式，其基本思想是通过提议分布和接受概率构造一个细致平稳的马尔科夫链，在迭代时根据提议分布抽取目标参数，然后在接受概率下进行判定，是接受该目标参数还是使用上次抽样结果。其中本文设计的 MH 算法所用的提议分布是在区间  $(a, b)$  内以远小于区间宽度为步长的伯努利过程。

因此，本文所使用 TAR 模型的 MCMC 估计流程可以总结如下：

- (1) 使用 Gibbs 抽样从  $\Gamma_1, \Gamma_2$  的后验分布中进行抽样；
- (2) 使用 Gibbs 抽样从  $\sigma^2$  的后验分布中进行抽样；
- (3) 使用 MH 算法对  $\gamma$  进行抽样。

本文使用 R 语言根据上述估计流程编写计算程序，并在计算中对每一个时间段内的推断采用 1000 次抽样，并将前 200 次作为预烧结果抛弃，然后得到每个待估参数的 800 个后验分布抽样序列，统计其均值及方差加以分析。

### 三、研究数据和统计分析

本文选取沪深 300 指数、沪深 300 股指期货（当月连续）及 Shibor 2W 利率作为计算修正基差的基础数据。其中沪深 300 股指期货（当月连续）是指每个月的当月合约在交割日后拼接在一起的连续数据，以确保计算出的基差是以最活跃合约的股指期货为准，能更好地当时市场动态。上述变量在本文中均选用日度数据，数据截取区间从 2010 年 4 月 16 日沪深 300 股指期货正式上线起，至 2015 年 8 月 28 日为止。因为自本文数据截止日的下一交易日起，证监会宣布对股指期货市场实施交易管制，自此日成交量骤减，股指期货市场已实质性关闭，此后的数据不具备分析价值。根据式 (1) 的定义，计算得到的修正基差如图 1 所示。

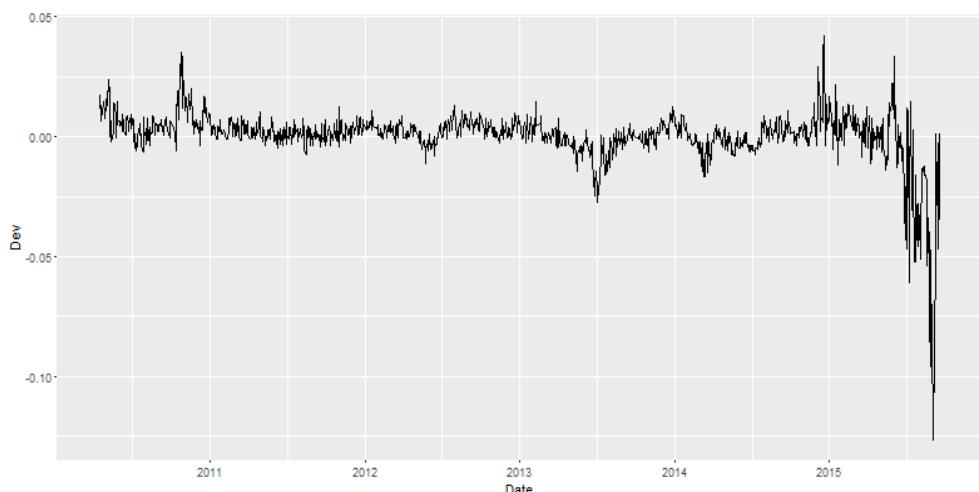


图 1 修正基差时间序列

从修正基差直观上看，2010 年年末出现了一次较小的波峰，在这之前的基差序列也具有较大幅度的波动，这印证了股指期货刚推出时市场的不成熟，随后基差序列保持长期小幅波动，进入平稳期；2013 年 6 月则出现了一次快速下降，但随后立即得到修正，很短的时间内即恢复到正常的波动水平上，说明此时期货市场的价格发现功能能够充分发挥作用；2014 年年末时开始基差的波动开始逐渐增大，在 2015 年 8 月时达到最低点，这个阶段基差的偏离已经与之前的情况截然不同。值得注意的是，2015 年以前，基差出现大的波动时与沪深 300 期货和现货指数价格序列的波动是同步、同方向的，但自股票现货和期货指数价格迅速增长并大幅回落引发股市异常波动时起，基差的波动与股票现货和期货指数价格波动不再保持高度的一致性，说明股市的震荡导致基差的波动性发生了变化。

在使用 TAR 模型进行贝叶斯推断之前，还需要先确定模型的滞后阶数。本文使用 Eviews 8.0 检验了修正基差的自相关系数（ACF）和偏自相关系数（PACF），结果证实修正基差具有非常明显的 4 阶截尾特征，这与国内外其他学者的研究有很大不同。在国内学者对沪深 300 市场的分析中，蒋勇等（2013）采用的是 6 阶滞后 TAR；国外学者 Martens 等（1998）、Kim 等（2010）等对美国标普 500 期货及现货市场的分析均使用 8 阶滞后，这意味着国内沪深 300 期货及现货市场的波动情况与国外有显著区别，标普 500 的波动性要明显比沪深 300 平滑。因此本文将不再沿用国内外学者一贯的分析思路及参数设定，本文的对称三门限 TAR 模型将采用  $p=4$  的 4 阶滞后形式进行分析。

表 1 全数据集下各参数推断结果统计概况

参数	平均值	中位数	方差	最小值	最大值
$\Gamma_{10}$	0.0004	0.0004	0.0001	0.0002	0.0007
$\Gamma_{11}$	0.4582	0.4583	0.0417	0.3690	0.5412
$\Gamma_{12}$	0.0801	0.0816	0.0339	0.0146	0.1449
$\Gamma_{13}$	0.0381	0.0385	0.0298	-0.0182	0.0975
$\Gamma_{14}$	0.1480	0.1488	0.0290	0.0935	0.2051
$\Gamma_{20}$	-0.0009	-0.0009	0.0006	-0.0021	0.0003
$\Gamma_{21}$	0.6856	0.6830	0.0554	0.5768	0.7999
$\Gamma_{22}$	-0.0261	-0.0267	0.0672	-0.1588	0.1047
$\Gamma_{23}$	-0.1444	-0.1449	0.0716	-0.2815	-0.0107
$\Gamma_{24}$	0.3812	0.3811	0.0548	0.2765	0.4869
$\sigma^2$	0.0011	0.0011	0.0004	0.0009	0.0015
$\gamma$	0.0069	0.0068	0.0021	0.0062	0.0076

首先本文使用修正基差的全部数据拟合 TAR 模型，所得推断结果如表 1 所示。在贝叶斯推断下，各参数的后验分布是由事前指定的先验分布和似然函数共同作用下得到的抽样值，其分布形式并非是在先验分布的严格约束和假设下得到的，因此不能使用正态性假设下的 t 检验来判断其显著性。而各参数的平均值和中位数较为接近，说明各参数偏度接近为零；最大值最小值之差不大，方差较小，说明不存在厚尾情况。综合而言，各参数在推断后保持了较好的收敛性。在这种情况下计算得到的门限值  $\gamma$  即为基差静态门限，如图 2 所示。

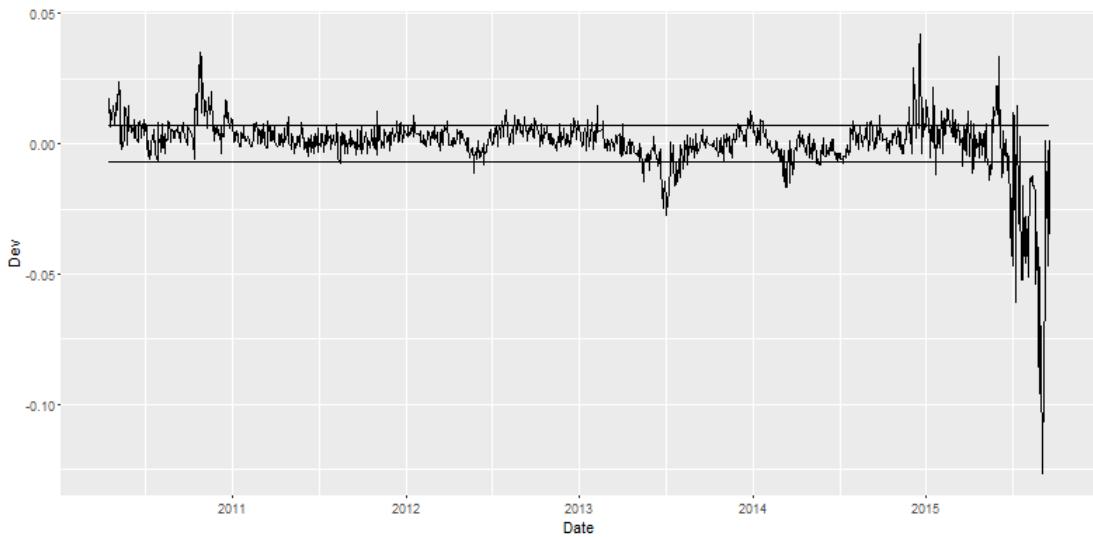


图 2 全数据集下修正基差的静态门限与修正基差序列

从图 2 中可以看出，在大多数时间段内基差序列是处在静态门限之内波动的，这是有别于无套利区间的特性的。无套利区间是因为套利交易成本所自然产生的区间，当基差超过成本时就会发生反向套利交易，使基差快速回落至成本范围之内，无套利区间边界理应近似平分数据序列至两个区间。而本文计算得到的静态基差却不能做到这一点，仅在 2014 年底后的这一段时间能基本起到分隔作用。这说明 2015 年股市异常波动的整体拉高了静态门限的估值，异常波动前后基差序列的特性是截然不同的，我国股指期货和股指现货会场之间的基差门限是动态的，若不从动态角度加以考量，门限估值不能直接作为基差序列的整体特征。因此本文使用 120 交易日滚动窗口估算基差序列的动态门限，如图 3 所示。

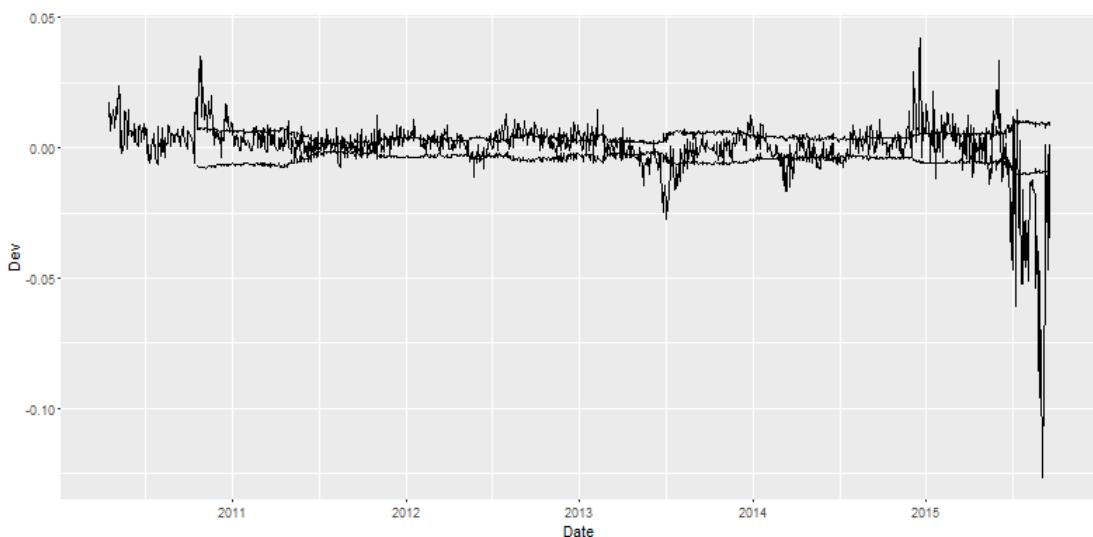


图 3 120 交易日滚动窗口动态门限与修正基差序列

相对于静态门限，120 交易日滚动窗口动态门限则更好地体现了无套利区间的经济意义和动态特征。从中可以看出，自股指期货推出初期出现的一个基差峰值之后，动态基差门限值不断收窄，符合投资者随着交易时间推进逐渐理性成熟的预期。即便在 2013 年年中出现基差较大幅度偏离后，动态门限受到冲击突然变大，但在保持稳定一段时间后也呈现了稳定收窄的特征，说明股指期货市场对异常波动具有一定的抵抗能力和自我修复能力，但这种修复需要时间来让市场逐渐趋向稳定。然而，2014 年年底之后的市场表现则打破了这种均衡

关系，最终导致了基差序列的不收敛。基差在 2014 年年底出现偏离冲击，动态门限随之增大并在此基础上维持了近半年，这种状况与 2013 年下半年的情况极为类似，市场仍处于修复期当中。但 2015 年 5 月底起，股指期货大幅领先股指现货，基差序列再次出现基差偏离，打破了市场的自我修复步伐，动态门限应声而涨，随后即出现了 2015 年的股指期货市场和股指现货市场异常波动情况。也就是说，市场的自我修复能力是有限的，在修复期当中再次受到冲击是极有可能引发市场失灵、基差发散的先期征兆。

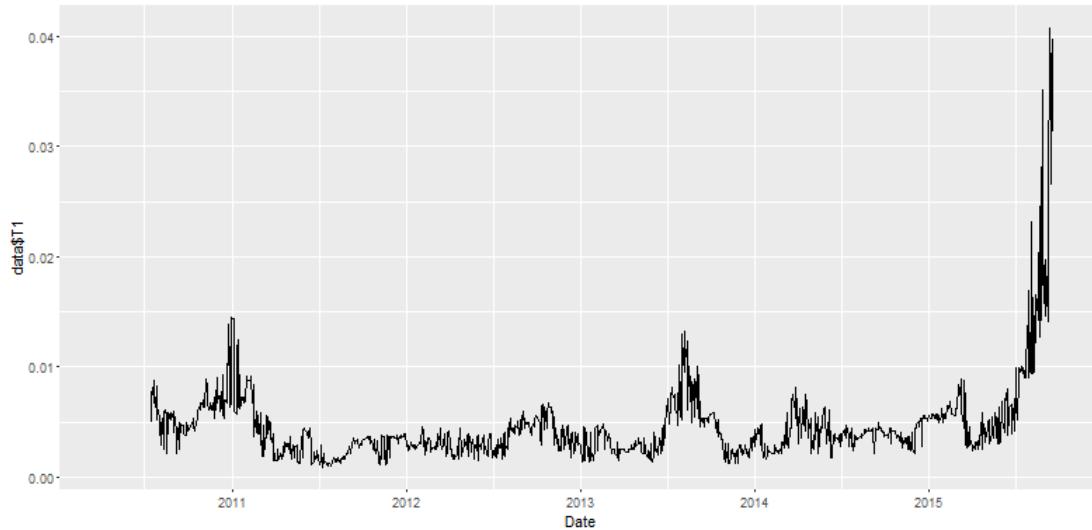


图 4a 60 交易日滚动窗口动态门限

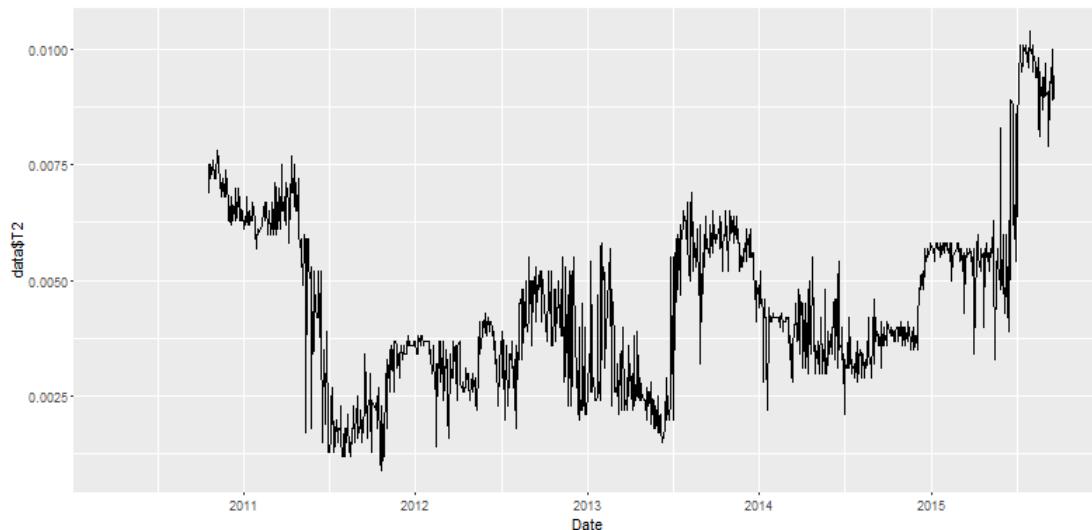


图 4b 120 交易日滚动窗口动态门限

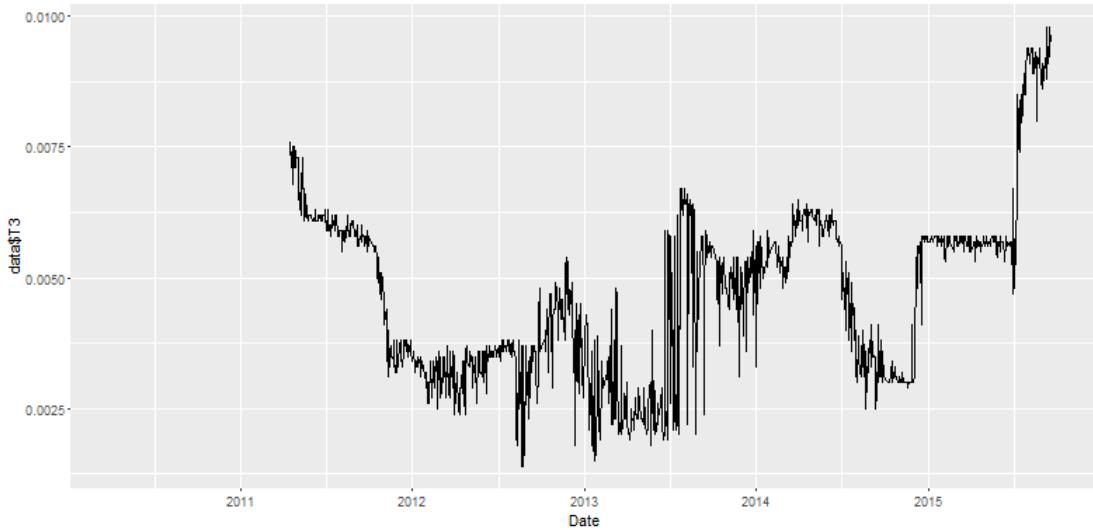


图 4c 240 交易日滚动窗口动态门限

为了验证窗口期对动态门限的影响程度，本文分别选取 60、120、240 交易日作为滚动窗口宽度计算了动态门限，如图 4 所示。结果证实，120 交易日和 240 交易日滚动窗口下的动态门限具有高度一致性，都体现出了门限在受到基差偏离冲击后逐渐收窄的特征，说明 120 交易日的数据能够学习到基差门限稳健的基本特征，以此为基础的动态门限具有。而 60 交易日滚动窗口动态门限则与前两者区别很大，不具备上述特征，数据量不足以得到稳健的门限估计。

#### 四、结论

根据本文的分析证实，我国沪深 300 股指期货及股指现货市场修正基差序列的非线性门限特征并非是静态不变的，如遇基差大幅偏离的情况，则会得到估计的门限区间与经济意义上的无套利区间相背离的结论。因此本文通过构造对称三阶段门限自回归模型及滚动窗口分析的方法刻画了修正基差门限的动态特征，并得到如下结论：

- (1) 沪深 300 股指期货和股指现货市场对异常基差偏离冲击有一定的自我修复作用，这种自我修复需要时间来实现，体现在动态门限在受冲击后保持高位维持一段时间进行修复，进而逐渐收窄回归理性。
- (2) 市场的自我修复能力有限，如果在修复期重复受到基差偏离冲击，则可能是引起市场失灵的先期征兆，如 2015 年 5 月底市场行情。
- (3) 相对于国外学者对成熟资本市场的相关研究，我国股指期货市场的短期特征较为突出，体现在 TAR 模型滞后阶数的明显偏小。
- (4) 对我国市场修正基差序列的动态分析而言，120 交易日的市场数据能够得到动态门限的基本特征。

作为我国证券市场重要的组成部分，股指期货市场终究将会重新放开，以此为契机重新准确认识和把握基差的动态特征，对监管层及时识别异常波动的前期征兆和防范市场失灵的再次出现具有重要意义，也对投资者的套利策略和风险控制具有一定的参考价值。

## 参考文献

- [1] 张雪莹, 刘洪武. 沪深 300 股指期货基差的动态变化特征分析[J]. 山东工商学院学报, 2012(3):62-65.
- [2] 陈焱, 李萍, 刘涛. 股指期货与现货市场价格的互动、引导关系研究——基于沪深 300 股指期货的实证分析[J]. 中央财经大学学报, 2013, 1(02).
- [3] 蒋勇, 吴武清, 叶五一, 等. 股指期货基差的非线性特征和均值回复机制研究[J]. 中国科学技术大学学报, 2013, 43(12):989-996.
- [4] Cornell B, French K R. The pricing of stock index futures[J]. Journal of Futures Markets, 1983, 3(1): 1-14.
- [5] Martens M, Kofman P, Vorst T C F. A threshold error-correction model for intraday futures and index returns[J]. Journal of Applied Econometrics, 1998, 13(3): 245-263.
- [6] Tsay R S. Testing and modeling threshold autoregressive processes[J]. Journal of the American Statistical Association, 1989, 84(405): 231-240.
- [7] Chen C W S, Lee J C. Bayesian inference of threshold autoregressive models[J]. Journal of Time Series Analysis, 1995, 16(5): 483-492.
- [8] Kim B H, Chun S E, Min H G. Nonlinear dynamics in arbitrage of the S&P 500 index and futures: A threshold error-correction model[J]. Economic Modelling, 2010, 27(2): 566-573.
- [9] Martens, Martin, 1998. Price discovery in high and low volatility periods: open outcry versus electronic trading. Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 8, 243-260.
- [10] Miller M H, Muthuswamy J, Whaley R E. Mean reversion of Standard & Poor's 500 Index basis changes: Arbitrage-induced or statistical illusion?[J]. The Journal of Finance, 1994, 49(2): 479-513.
- [11] Cerrato M, Kim H, MacDonald R. Three-Regime Asymmetric STAR Modeling and Exchange Rate Reversion[J]. Journal of Money, Credit and Banking, 2010, 42(7): 1447-1467.