

# 基于二元POT极值模型的货币市场与 资本市场相依性分析

陈守东<sup>a,b</sup>, 章 秀<sup>b</sup>, 易晓激<sup>b</sup>

(吉林大学 a.数量经济研究中心; b.商学院, 长春 130012)

**摘 要:**文章运用二元POT极值模型考察了货币市场与资本市场之间的相依性,刻画相应市场极端事件的相依区间。实证结果表明,代表货币市场流动性的7天上海银行间同业拆放利率分别和代表债券市场的中债综合指数收益率、代表股票市场的上证综合指数收益率的尾部之间存在着正的渐进相依性,表明极端情况下货币市场和债券市场、货币市场和股票市场间存在关联性。shibor作为基准利率实现了一定的金融资产价格发现功能。当货币市场流动性出现紧张的时候,通过投资者的投资行为,债券市场和股票市场上的投机性资金可以缓冲一些货币市场的流动性紧张。通过两组市场共同极值点时段,我们发现2011年和2013年的年中和年末的两个时段,市场间的关联效应比较明显。

**关键词:**多元阈值极值模型;非参数估计方法;流动性

**中图分类号:**F822.1

**文献标识码:**A

**文章编号:**1002-6487(2016)06-0153-04

## 0 引言

2013年6月间和12月末,我国银行间同业隔夜拆放利率飙升和国债市场出现的大规模抛售,甚至出现1年期国债收益率飙涨至与10年期国债收益率最多倒挂30个基点情形。在银行流动性危机导致的“钱荒”中,仅在6月24日当天,沪深股票市场就蒸发掉13400亿市值;金融股同期蒸发8612.18亿元市值。流动性变化这种关联性本质上是极端情况下货币市场和债券市场、股票市场之间的相依性。深入了解货币市场和资本市场之间的相依性、研究他们之间的传导机理和相互影响机制,对于中央银行针对金融市场监管和制定有效的货币政策及监管部门制定保持金融稳定政策和对投资者进行投资管理具有重要现实意义。

本文在国内外学者研究的基础上,采用二元POT极值方法研究市场间的风险溢出效应,充分捕捉市场间的极值点的动态相依性,对我国货币市场和资本市场间的溢出效应进行研究。

## 1 多元极值理论的相依性结构度量

由极值事件发生引发的“金融传染”,统计上关注的是小概率事件发生时金融市场间的极值风险,市场间的这种极值风险与尾部相依性紧密联系。尾部相依性衡量了市场同时发生极端事件的可能性。多元极值问题使用联接

函数描述相依性结构,能够有效分离边缘分布与相依性,并克服相关性存在的许多问题<sup>[1]</sup>。极值相依性可以刻画随机变量之间的非线性相关性。基于POT方法的相依结构包含随机变量尾部分布的联合特征的信息,能够提供更为丰富和准确的变量相依性信息。Ledford-Tawn应用正则变分(regular variation)理论进行联合尾部(joint tail)估计<sup>[2]</sup>。

对于随机向量 $(X, Y)$ ,存在独立性、完全相关性、渐进独立性和渐进相依性四种相依性结构:(1)独立性:如果 $X, Y$ 满足 $P(x, y) = P_X(x)P_Y(y)$ ,那么在 $X, Y$ 的整个范围上称为相互独立,这里 $P(x, y)$ 、 $P_X(x)$ 、 $P_Y(y)$ 分别表示相应的联合分布与边缘分布;(2)完全相关性:如果存在函数 $g$ 使得 $Y = g(X)$ ,那么 $X, Y$ 完全相关,特别如果函数 $g$ 是线性,那么 $\rho_{X, Y} = 1$ ;(3)渐进独立性:如果对于 $X, Y$ 序列中间部分没有限制, $X, Y$ 序列的尾部存在独立性,那么称 $X, Y$ 序列之间存在渐进独立性;(4)渐进相依性:如果对于 $X, Y$ 序列中间部分没有限制, $X, Y$ 序列的尾部存在相关性,则称 $X, Y$ 序列之间存在渐进相依性。

Ledford和Tawn通过将二元变量转换为服从边缘分布为Frechet分布的二元向量,研究了两分量同时出现最大值的概率极限,并用尾部相依性系数判断变量之间的相依性<sup>[2]</sup>。金融市场收益率通常服从“尖峰厚尾”的分布,所以我们选择Frechet分布刻画金融时间序列。同时,Frechet分布满足同质性,即多维Frechet分布的联合分布不改变Frechet分布的性质。

**基金项目:**教育部人文社会科学重点研究基地重大项目(2014JJD790086)

**作者简介:**陈守东(1955—),男,天津蓟县人,教授,博士生导师,研究方向:金融计量分析。

章 秀(1988—),女,吉林长春人,博士研究生,研究方向:金融计量分析。

易晓激(1988—),男,湖北荆门人,博士研究生,研究方向:金融数量方法。

Frechet分布形式为:

$$F(x) = \begin{cases} \exp\left[-(1+\varepsilon x)^{\frac{1}{\varepsilon}}\right], & x > -\frac{1}{\varepsilon} \\ 0, & x \leq -\frac{1}{\varepsilon} \end{cases}$$

其中,  $\varepsilon > 0$ ,  $x = (x_n - \beta_n)/\alpha_n$  且当  $n$  趋于无穷时收敛到一个非退化分布,  $\alpha_n$  为尺度因子序列,  $\beta_n$  为位置序列,  $\varepsilon$  为形状参数。

设  $F(x, y) = \Pr(X < x, Y < y)$  为二元随机变量  $(X, Y)$  的分布函数, 对已知  $(X, Y)$  二元极值分布,  $F_X(x)$ 、 $F_Y(y)$  分别为  $X$  与  $Y$  的边缘分布函数。S、T 分别为服从标准化的 Frechet 分布的随机变量。

设:

$$S = -1/\log F_X(x)$$

$$T = -1/\log F_Y(y)$$

则:

$$F(s) = P(S \leq s) = P(-1/\log F_X(x) \leq s)$$

$$= P(F_X(x) \leq \exp(-1/s)) = \exp(-1/s)$$

所以对任意的  $s > 0$ ,

$$P(S > s) = P(T > s) = s^{-1} + O(s^{-2})$$

命题  $(X, Y)$  和  $(S, T)$  有着相同的概率结构。

事实上, 由

$$P(q) = P[F(T) > q | F(S) > q]$$

$$= P[e^{-1/T} > q | e^{-1/S} > q]$$

$$= P[e^{\log F_Y(y)} > q | e^{\log F_X(x)} > q]$$

$$= P[F_Y(y) > q | F_X(x) > q]$$

$$= P[Y > F_Y^{-1}(q) | X > F_X^{-1}(q)]$$

由此我们给出如下的尾部相依性定义。P(q) 为 S、T 的条件概率表征着 S、T 共同出现大于阈值点 q 时的概率。

定义: (1) 如果当  $q \rightarrow 1$  时,  $P(q) \rightarrow 0$ , 则称  $(X, Y)$  是渐进独立的;

(2) 如果当  $q \rightarrow 1$  时,  $P(q) \rightarrow q_0 (q_0 > 0)$ , 则称  $(X, Y)$  是渐进相依的;

(3) 如果当  $q \rightarrow 1$  时,  $P(q) > 1 - q$ , 则称  $(X, Y)$  是正相依的;

(4) 如果当  $q \rightarrow 1$  时,  $P(q) = 1 - q$ , 则称  $(X, Y)$  是独立的;

(5) 如果当  $q \rightarrow 1$  时,  $P(q) < 1 - q$ , 则称  $(X, Y)$  是负相依的。

其中  $q_0$  是一个大于 0 的常数。

对于金融时间序列 T 和 S 的尾部相依性, 令  $\chi$  为金融时间序列 T 和 S 的尾部相依系数, 则

$$\chi = \lim_{q \rightarrow 1} P(q) = \lim_{s \rightarrow \infty} P(T > s | S > s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{P(T > s, S > s)}{P(S > s)}$$

由此,  $\chi$  满足  $0 \leq \chi \leq 1$ , 显然当  $\chi > 0$  时,  $(S, T)$  是渐进相依; 当  $\chi = 1$  时,  $(S, T)$  是完全相依。

当  $P(T > s | S > s)$  接近 0 时, 令  $\bar{\chi}$  为金融时间序列 T 和 S

的尾部相关性系数,  $\bar{\chi} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{2 \log P(S > s)}{\log P(T > s, S > s)}$

$\bar{\chi}$  满足  $-1 \leq \bar{\chi} \leq 1$ ,

(1) 当  $\bar{\chi} = 1$  时, 令  $P(S > s, T > s) = P(S > s)$ , 则  $(S, T)$  是完全相依的;

(2) 当  $\bar{\chi} = 0$  时, 令  $P(S > s, T > s) = [P(S > s)]^2$ , 则  $(S, T)$  是相互独立的;

(3) 当  $\bar{\chi} > 0$  时, 则  $(S, T)$  是正渐进相关的;

(4) 当  $\bar{\chi} = 0$  时, 则  $(S, T)$  是相互独立的;

(5) 当  $\bar{\chi} < 0$  时, 则  $(S, T)$  是负渐进相关的。

应用 Hill 估计估计尾部相依系数  $\chi$ , 假设  $L(s)$  是一个幂律衰减函数, 当  $s \rightarrow \infty$  时,  $P(S > s, T > s) \sim L(s)s^{-1/\eta}$ ,  $0 < \eta \leq 1$ ,  $\eta$  是渐进分布的尾部指数。令  $Z = \min(S, T)$ , 则  $\bar{\chi} = 2\eta - 1$  即为 Z 的尾部指数估计, 又因为  $\bar{\chi} = 1$ , 那么  $\eta = 1$  并且  $\chi = \lim_{s \rightarrow \infty} L(s)$ 。我们应用 Z 估计  $\eta$ , 其中当  $z > u$  时,

$$P(Z > z) = P(\min(S, T) > z)$$

$$= P(S > z, T > z)$$

$$= L(z)z^{-1/\eta}$$

那么, Hill 估计为  $\hat{\chi} = \frac{2}{n_u} \left( \sum_{j=1}^{n_u} \log \left( \frac{z^{(j)}}{u} \right) \right) - 1$ ,  $\hat{\chi} = \frac{2}{n_u} \left( \sum_{j=1}^{n_u} \log \left( \frac{z^{(j)}}{u} \right) \right) - 1$ , 其中  $\bar{\chi}$  的方差为  $\text{var}(\hat{\chi}) = (\hat{\chi} + 1)^2 / n_u$ 。当  $\hat{\chi} = 0$

时,  $\chi = 0$ ; 当  $\hat{\chi} \sim 1$  时,  $\hat{\chi} = \frac{un_u}{n}$ ,  $\text{var}(\hat{\chi}) = \frac{u^2 n_u (n - n_u)}{n^3}$ 。

本文运用 Beirlant 检验图方法为二元极值模型选出合适的阈值<sup>[9]</sup>。为此, 我们首先将数据变化成标准的 Frechet 边缘分布, 令

$$x_{*ij} = -1/\log u_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2$$

$(X_{*i1}, X_{*i2})$  是标准化后的数值组合, 令  $r_i = x_{*i1} + x_{*i2}$ ,  $w_{ij} = x_{*ij}/r_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2$ , 其中  $r_i$  按照升序排列  $r_{(0)} \leq \dots \leq r_{(n)}$ , 观测到和最大  $r_i$  相关的  $k$  值, 那么通过  $(k/n)r_{(n-k)}$  图来确定阈值,  $k = 1, 2, \dots, n-1$ 。通过谱估计函数 H 得到的估计方程可以写成

$$\hat{H}(\cdot) = \frac{r_{(n-k)}}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}\{r_i > r_{(n-k)}, w_{i1} \in \cdot\}$$

其中,  $H(\cdot)$  是  $H([0, 1]) = 2$  的估计值, 其中  $w \in [0, 1]$ , 因此, 我们挑选使  $(k/n)r_{(n-k)}$  最接近 2 的最大  $k$  值。

在二元极值 POT 方法中, 可以用 Pickands 相依函数表示两个序列尾部极值之间的相依性<sup>[4]</sup>。令  $G$  为二元极值分布函数,  $G_1$  和  $G_2$  为分布函数的边缘分布函数。Pickands 相依函数可以通过  $G(y_1, y_2)$  定义, 其中  $A(\cdot)$  为相依函数:

$$G(y_1, y_2) = \exp \left[ \log \{G_1(y_1)G_2(y_2)\} A \left( \frac{\log \{G_2(y_2)\}}{\log \{G_1(y_1)G_2(y_2)\}} \right) \right]$$

$(y_1, y_2) \in R^2$

应用 Smith 提出的 bilogistic 模型最大似然方法和 Pickands 的非参数方法估计二元极值分布的相依函数<sup>[4,5]</sup>。

## 2 市场相依性的数值分析

### 2.1 数据样本描述

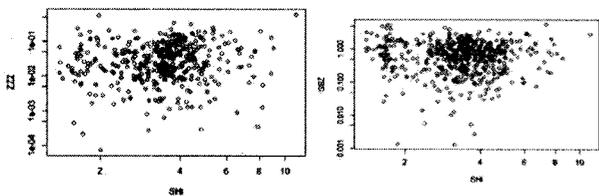
本文选用了2010年01月04日至2014年4月23日7天上海银行间同业拆放利率、负的上证综合指数收益率和负的中债综合指数收益率作为样本,全样本数据个数为1075个。数据来源为Wind数据库,应用R8.0软件实现。上海银行间同业拆放利率、负上证综合指数收益率和负中债综合指数收益率的基本描述统计如表1所示。从样本的偏度和峰度可以看出单个样本序列服从尖峰厚尾的分布,JB统计量也可以判断样本序列拒绝正态分布。对两个序列进行单位根检验,在5%的显著性水平下,ADF检验拒绝了单位根原假设,即三个序列是平稳序列。

表1 样本的统计量

	均值	最大值	最小值	标准差	偏度	峰度	JB统计量	ADF
负中债	-0.01252	0.587777	-0.54017	0.073886	0.515912	15.21697	6733.041	0
负上证	0.049851	5.595866	-4.14526	1.184474	0.354914	5.060689	212.7736	0
利率	3.466259	11.004	1.3613	1.323188	1.179461	5.78923	597.714	0

### 2.2 POT极值估计

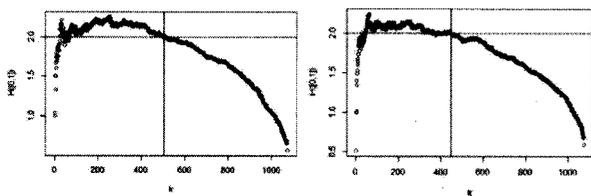
应用二元POT极值模型的尾部相依性分别检验和度量银行间同业拆放市场和资本市场中股票市场和债券市场之间的金融传染效应。两个序列的散点图如下:



(a)中债收益率与Shibor7天散点图 (b)上证收益率与Shibor7天散点图

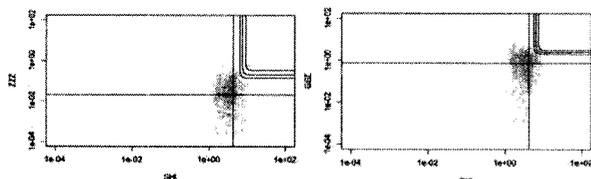
图1 货币市场利率与资本市场收益率的二元散点图

通过Beirlant提出的选取最大k值的检验图的方法确定的阈值:



(a)上证与Shibor的k值选取图 (b)中债与Shibor的k值选取图

图2 货币市场利率与资本市场收益率阈值选取k图



(a)不同分位点下的中债和Shibor间参数估计的分位线  
P=(0.975,0.98,0.99)  
(b)不同分位点下的上证和Shibor间参数估计的分位线  
P=(0.975,0.98,0.99)

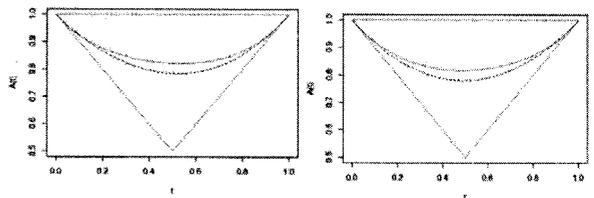
图3 货币市场利率与资本市场收益率的极值点集

表3中给出了货币市场与债券市场、货币市场与股票市场度量中确定的阈值点。图9标出了超过阈值的极值点集,和高分位数下的点集合。两组数据超过阈值的极值点的个数多于0.975分位数上的样本尾部数据点的个数。利用多元阈值极值模型对两个变量共同超出阈值的极值点建模。zmar1和zmar2分别表示银行间同业出拆借利率和债券市场收益率共同极值分布的边缘分布函数,gmar1和gmar2分别表示银行间同业出拆借利率和股票市场收益率共同极值分布的边缘分布函数。表3给出了各边缘极值分布的尺度参数和形状参数。

表2 极值分布参数估计

	scale	shape
zmar1	1.035182	0.077685
zmar2	0.0479605	0.1670572
gmar1	0.969217	0.1103988
gmar2	0.818335	0.0222659

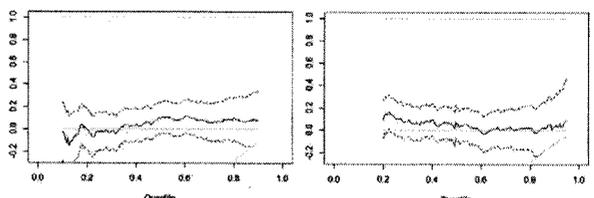
应用Smith参数方法和Pickands非参数方法估计得到二元极值分布的相依函数图,如图7、8。图中实线为参数估计结果,虚线为非参数估计结果。当相依性函数的曲线越接近折线的时候,变量间的相依性越强。从相依函数的图表上我们可以看出,两个样本间具有相对较强的正的渐近相依性。



(a)中债和Shibor间的相依函数图 (b)上证和Shibor的相依函数图

图3 货币市场利率与资本市场收益率的极值点集

通过 $\chi$ 图检验两个序列的尾部渐进相依性。从图4中可以看到,货币市场与债券市场、货币市场与股票市场的尾部极值 $\chi$ 都大于0,说明两组市场之间都具有正的渐近相依性。进一步通过尾部相依性对于两个序列尾部的渐近相依性做进一步的印证。我们通过Hill估计得到尾部相依性系数。负的中债综合指数收益率和7天上海银行间同业拆放利率之间的尾部相依性系数为0.6722129、负的上证综合指数收益率和7天上海同业拆放利率之间的尾部相依性系数为0.6046142,说明银行间同业拆借利率和债券收益率、银行间同业拆借利率和股票收益率的尾部之间具有正的渐近相依性,即极端情况下银行间同业拆借市场与债券市场、银行间同业拆借市场与股票市场之间关联性增大,发生了金融传染。



(a)银行间市场与债券市场 $\chi$ 图 (b)银行间市场与股票市场 $\chi$ 图

图4 货币市场利率与资本市场收益率尾部相依性检验的 $\chi$ 图

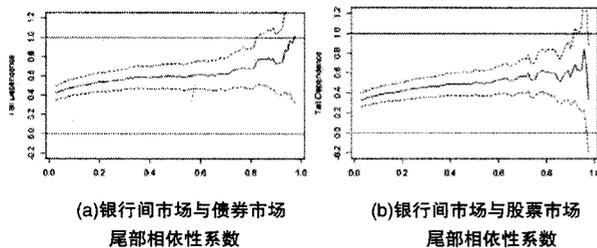


图5 货币市场利率与资本市场收益率尾部相依性系数图

通过对7天上海银行间同业拆放利率和中债综合指数收益率、上证综合指数收益率尾部的极值分析,发现两组样本序列的尾部具有正的渐进相依性,说明在极端情况下货币市场和债券市场、货币市场和股票市场之间有相互溢出的效应。债券市场、股票市场和货币市场之间存在密切的相互关联。极端情况下,货币市场和债券市场之间的关联大于货币市场和股票市场之间的关联性,说明极端情况下货币市场短期效应上影响债券市场大于股票市场收益率。极端情况下,货币市场和债券市场之间关联反应了shibor作为基准利率的资产定价的功能。而债券市场作为一个间接货币市场渠道,可能通过债券市场和股票市场的跷跷板效应将货币市场信息传递到股票市场,从而货币市场的波动会导致股票市场的波动。资本市场与货币市场的有机互动对利用价格信号引导社会资源有效配置和促进货币政策的有效性发挥具有重要意义。货币市场和债券市场、货币市场和股票市场之间渐近相依性分析,发现两组市场之间存在正的渐近相依性。当货币市场流动性出现紧张的时候,债券市场和股票市场上的投机性资金可以缓冲一些货币市场上的流动性紧张。

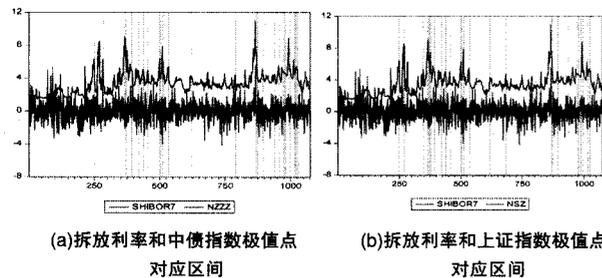


图6 货币市场利率与资本市场收益率对应极值点区间

从图6a和6b,阴影为银行间同业拆借市场和债券市场、银行间同业拆借市场和股票市场共同发生极端情况的时点。银行间同业拆借市场和债券市场之间较为严重发生溢出的时间段为2010-12-29—2011-01-04、2011-05-23—2011-10-10、2011-12-29—2012-2-24、2013-06-21—2013-08-02、2013-11-21—2013-12-30和2014-01-20—2014-02-14时间段。银行间同业拆借市场和股票市场之间两次较为严重发生溢出的时间段为2011-05-23—2011-10-10、2011-12-29—2012-2-24、2013-06-21—2013-08-02、2013-11-21—2013-12-30和2014-01-20—2014-02-14时间段。从银行间同业拆借市场和债券市场、银行间同业拆借市场和股票市场共同发生

极端情况的时点,我们发现2011年和2013年年中、年末的时段银行间同业拆借市场和债券市场、股票市场发生了较长时间的风险溢出。

### 3 结论

本文通过二元POT极值模型应用参数和非参数的估计方法分析了货币市场和债券市场、银行间同业拆借市场和股票市场在极端情况下的尾部相依性,主要结论为:

第一,二元POT极值模型刻画了极端情况下7天银行间同业拆借利率和中债综合指数收益率、7天银行间同业拆借利率和上证综合指数之间的相依性。标志着货币市场流动性的7天上海银行间同业拆放利率和代表债券市场的中债综合指数收益率、代表股票市场的上证综合指数收益率的尾部之间存在正关联的渐进相依性,说明极端情况下货币市场和债券市场、货币市场和股票市场间具有较强地关联性。shibor作为基准利率实现了一定的金融资产价格发现功能。当货币市场流动性出现紧张的时候,通过投资者的投资行为,债券市场和股票市场上的投机性资金可以缓冲一些货币市场的流动性紧张。

第二,通过极端情况下银行间同业拆放市场和债券市场、银行间同业拆放市场和股票市场间的关联性强弱存在差异,银行间市场同业拆放市场和债券市场之间的关联大于银行间同业市场和股票市场之间的关联性。该现象表明在极端情况下货币市场短期效应上影响债券市场大于股票市场收益率。面临经济不景气情景,货币当局借助货币政策手段进行宏观调控时,各资本市场由于市场结构的不同最终会导致对货币政策的反应出现差异。在利率市场化改革的进程中将债券市场和股票市场统一起来以加速金融资本在资本市场间的流动,不仅有利于降低极端情景下的差异化倾向所带来的市场间的流动性风险,而且有利于在跨市场的基础上分散部门间的非系统性金融风险。通过资本市场与货币市场的有机互动来促进货币政策的有效性发挥和引导社会资源有效配置。

#### 参考文献:

- [1]覃筱,任若恩.多元极值的参数建模方法及其金融应用:最新进展述评[J].统计研究,2010,(7).
- [2]Ledford A W, Tawn J A. Statistics for Near Independence in Multivariate Extreme Values[J]. Biometrika, 1996, 83(1).
- [3]Beirlant J, Goegebeur Y, Segers J, et al. Statistics of Extremes: Theory and Applications[J].2004.
- [4]Pickands J. Multivariate Extreme Value Distributions[C].Proceedings 43rd Session International Statistical Institute,1981, (2).
- [5]Smith R L. Extreme Value Theory[J].Handbook of Applicable Mathematics, 1990,(7).

(责任编辑/易永生)