跨期β系数时变结构研究[①]

苏 治[1] 丁志国[2] 方 明[3]

（1. 清华大学经济管理学院；2. 吉林大学数量经济研究中心；
3. 吉林大学数学学院）

【摘要】β系数时变性是现代资产定价理论研究的热点问题之一，但国内外已有研究局限于β系数时变性实证检验和β系数估计方法的改进。本文基于经典CAPM理论和微分方程理论，研究跨期条件下β系数时变机理，从理论研究角度出发推导出跨期β系数时变结构方程，并运用数值优化方法求解，然后实证模拟了均衡市场条件下有效前沿的动态轨迹及跨期β系数的时变路径，在理论上完善和发展了现代资产定价理论，提升了β系数对现实金融市场现象的解释能力。

关键词 β系数 跨期 时变结构 CAPM

中图分类号 F830.91 **文献标识码** A

An Innovative Study on Time-Varying Structure of Betas

Abstract: The study for the time-varying of Betas is one of the hot topics in modern capital pricing theory, the literatures from domestic and abroad have been limited to empirical tests and improvement in estimation methods. But in this paper, we applied classical CAPM theory, together with differential equation knowledge to investigate and research the determinants of the inter-temporal Betas as well as the relation between the Betas, even deduced the theoretical structure of time-varying Betas, furtherly, attained the numerical solution of the Betas resorting to the optimal method. What's more is that we gave an empirical example from a company to show the dynamic efficient frontier and the trace of the Beta each period. All of these perfect and develop the modern capital pricing theory, also improve the explanatory power of the Beta for the real phenomena of finance markets.

Key words: Betas; Inter-temporal; Time-varying Structure; CAPM

① 本文得到中国博士后科学基金（20070410539）、国家自然科学基金项目（70573040）、2006年国家社会科学基金项目（06CJL006）、2005年教育部重大项目（05JJD790005）、2006年教育部留学归国人员科研启动基金项目（2006331）和985国家经济分析与预测哲学社会科学创新基地资助。

一、问题的提出

资本资产定价模型（Capital Asset Pricing Model，CAPM）由 Sharpe（1964）、Lintner（1965）和 Mossin（1966）提出，代表了金融学研究的重要进展和突破，是现代金融学理论发展的里程碑。CAPM 表明在一个竞争均衡的资本市场中，期望收益与系统风险线性相关。系统风险无法分散，而非系统风险可以通过资产组合而被抵消，所以人们只能获得系统风险补偿，而 β 系数度量了资产的系统风险，因此对 β 系数的研究一直是资产定价理论的研究热点。β 系数早期研究关注的是单期条件下常数 β 系数的性质和 β 系数的各种估计方法，并且做了大量的实证检验。随着研究的深入，Blume（1971）通过实证研究得出了 β 系数具有时变性特征的结论。

后续研究在此基础上对 β 系数时变性进行了丰富探索。Levy（1971）认为资产组合 β 系数在短期内是稳定的，单个资产的 β 系数是不稳定的；Fisher 和 Kamin（1972、1985）、Gonedes（1973）和 Meyers（1973）的研究进一步为 Blume 的观点提供了全面的实证证据；Allen 等（1994）发现无论是股票组合还是单只股票的 β 系数都具有明显的时变特征；Braun 等（1995）采用双变量 EGARCH 模型研究发现 β 系数具有非对称时变性特征；Andrew 等（1997）采用 CUSUMSQ 等对系数稳定性进行检验，发现 β 系数显著不稳定，重大事件会导致 β 明显变异；Galagedera 和 Faff（2003）将市场波动状态变量引入到 CAPM 中，通过将市场波动状态划分为高、中、低三个状态，发现市场在不同波动状态下计算出的系数具有明显差别；Ramazan 等（2005）采用“小波”（wavelet）方法对风险和收益之间的关系进行考察，发现随着“小波”频率的增加 β 系数会变大。同时，人们用各种模型给出时变 β 系数的经验形式，采用各种估计方法拟合时变 β 系数变化路径。Blume（1975）、Brenner 和 Smidt（1977）分别给出了 β 系数时变的动态模型；Bos 和 Newbold（1984）及 Brown 等（1985）的研究接受 Hidreth-Houck 的随机系数模型，给出了随机游走 β 系数模型的基本形式；Bollerslev 等（1994）总结认为以 GARCH 模型为基础的时变系数 CAPM 模型能够更好的刻画风险与收益的关系；Hoesli 等（2000）比较了使用常数 CAPM、门限 ARCH（QTARCH）模型及 GARCH-M 模型计算出的 β 系数的差异，发现 QTARCH 模型能够更好的刻画 β 系数的非对称时变属性；Koutmos 和 Knif（2002）的研究发现双变量非对称 GARCH 模型能够更好的刻画 β 系数时变结构。

此外，国内学者闫冀楠、张维和孙浩（1998）利用“多层递阶法”，陈浪南、屈文洲（2000）采用子时间段检验法，苏卫东、张世英（2002）采用 β 系数单位根检验法，刘丹红、张世英和苏为东（2003）采用基于 Markov 转移的 CAPM 模型，吕长江、赵岩（2003）采用行业比对法，刘永涛（2004）采用滚动 OLS 估计法，徐占东、郭多祚（2004）采用 ARIGARCH 估计模型，马喜德、郑振龙（2006）采用均值回归随机变量模型，丁志国、苏治和杜晓宇（2007）采用 MSVAR 和 SWARCH 模型对 β 系数时变性进行了一些探讨，取得了具有借鉴意义的实证研究结论。

但是，上述国内外研究得到的只是一些实证性结论，缺少对 β 系数时变性的金融学机理认识，没有从理论上回答“β 系数是如何时变的，具有什么样的时变特征，遵循什么样的时变路径”这些基本的问题。本文从一个全新角度研究 β 系数的时变结构和特征：基于经典 CAPM 和微分方程理论，第一次从理论上推导跨期 β 系数的时变结构方程，运用数值优化方法求解，实证模拟均衡市场条件下有效前沿的动态轨迹及跨期 β 系数的时变路径。

二、跨期β系数时变结构

本部分在经典CAPM理论前提假设下，引入跨期条件，并假设β系数具有时变性，推导跨期β系数时变结构方程，并给出求解该方程的计算方法。

假设t时刻证券A、B的价格分别是p_{At}和p_{Bt}，发行在外的股份分别是v_A和v_B，市场组合M_t中证券A、B的权重分别为w_{At}和w_{Bt}，它们的β系数分别为β_{At}和β_{Bt}；$(t+1)$时刻其价格为p_{At+1}和p_{Bt+1}，股份仍然是v_A和v_B，市场组合M_{t+1}中两种证券的权重分别为w_{At+1}和w_{Bt+1}。以下重点研究$(t+1)$时刻β_{At+1}、β_{Bt+1}与t时刻β_{At}、β_{Bt}，以及市场收益率方差σ_M^2之间的关系。假设t时刻CAPM成立，证券A和证券B的期望收益率为：

$$ER_{At}=R_f+\beta_{At}\ (ER_M-R_f)\ =R_f+\beta_{At}\ (\mu_M-R_f) \tag{1}$$

$$ER_{Bt}=R_f+\beta_{Bt}\ (ER_M-R_f)\ =R_f+\beta_{Bt}\ (\mu_M-R_f) \tag{2}$$

在共同期望假设条件下，t时刻市场实现均衡时，证券A、B在市场组合M_t中的权重分别为：

$$w_{At}=\frac{p_{At}v_A}{p_{At}v_A+p_{Bt}v_B} \qquad w_{Bt}=\frac{p_{Bt}v_B}{p_{At}v_A+p_{Bt}v_B}$$

并且$0<w_{At}<1$，$0<w_{Bt}<1$，形变上式得到：

$$\frac{1}{w_{At}}=1+\frac{p_{Bt}v_B}{p_{At}v_A} \qquad \frac{1}{w_{Bt}}=1+\frac{P_{At}v_A}{p_{Bt}v_B} \tag{3}$$

CAPM中β_{At}和β_{Bt}分别定义为：

$$\beta_{At}=\frac{\sigma_{AMt}}{\sigma_M^2} \qquad \beta_{Bt}=\frac{\sigma_{BMt}}{\sigma_M^2} \tag{4}$$

其中，σ_{AMt}、σ_{BMt}分别是证券A和证券B的收益率与市场收益率之间的协方差。

$(t+1)$时刻CAPM仍然成立，证券A和B证券的期望收益率为：

$$ER_{At+1}=R_f+\beta_{At+1}\ (ER_M-R_f)\ =R_f+\beta_{At+1}\ (\mu_M-R_f) \tag{5}$$

$$ER_{Bt+1}=R_f+\beta_{Bt+1}\ (ER_M-R_f)\ =R_f+\beta_{Bt+1}\ (\mu_M-R_f) \tag{6}$$

$(t+1)$时刻证券A、B在市场组合中的权重分别为$(0<w_{At+1}<1$，$0<w_{Bt+1}<1)$：

$$\frac{1}{w_{At+1}}=1+\frac{p_{Bt+1}v_B}{p_{At+1}v_A} \qquad \frac{1}{w_{Bt+1}}=1+\frac{p_{At+1}v_A}{p_{Bt+1}v_B} \tag{7}$$

$(t+1)$时刻证券A、B的价格p_{At+1}和p_{Bt+1}分别为：

$$p_{At+1}=p_{At}\ (1+ER_{At}) \qquad p_{Bt+1}=p_{Bt}\ (1+ER_{Bt}) \tag{8}$$

把式(8)代入式(7)有：

$$\frac{1}{w_{At+1}}=1+\frac{p_{Bt+1}v_B}{p_{At+1}v_A}=1+\frac{p_{Bt}\ (1+ER_{Bt})\ v_B}{p_{At}\ (1+ER_{At})\ v_A}=1+\frac{p_{Bt}v_B}{p_{At}v_A}\cdot\frac{(1+ER_{Bt})}{(1+ER_{At})}$$

$$\frac{1}{w_{Bt+1}}=1+\frac{p_{At+1}v_A}{p_{Bt+1}v_B}=1+\frac{p_{At}\ (1+ER_{At})\ v_A}{p_{Bt}\ (1+ER_{Bt})\ v_B}=1+\frac{p_{At}v_A}{p_{Bt}v_B}\cdot\frac{(1+ER_{At})}{(1+ER_{Bt})}$$

又由式(3)可得到$(t+1)$时刻和t时刻两种证券在市场组合M_{t+1}中的权重有如下关系：

$$\begin{cases}\dfrac{1}{w_{At+1}}=1+\dfrac{p_{Bt}v_B}{p_{At}v_A}\cdot\dfrac{(1+ER_{Bt})}{(1+ER_{At})}=1+\left(\dfrac{1}{w_{At}}-1\right)\cdot\dfrac{(1+ER_{Bt})}{(1+ER_{At})}\\ \dfrac{1}{W_{Bt+1}}=1+\dfrac{P_{At}v_A}{P_{Bt}v_B}\cdot\dfrac{(1+ER_{At})}{(1+ER_{Bt})}=1+\left(\dfrac{1}{w_{Bt}}-1\right)\cdot\dfrac{(1+ER_{At})}{(1+ER_{Bt})}\end{cases} \tag{9}$$

这是（$t+1$）时刻与 t 时刻之间的纽带，β_{At+1}、β_{Bt+1} 通过它们建立的桥梁分别与 β_{At}、β_{Bt} 产生了联系。其中 β_{At+1} 和 β_{Bt+1} 的定义是：

$$\beta_{At+1}=\frac{\sigma_{AMt+1}}{\sigma_M^2}\qquad \beta_{Bt+1}=\frac{\sigma_{BMt+1}}{\sigma_M^2} \tag{10}$$

σ_{AMt+1}、σ_{BMt+1} 分别是证券 A 和证券 B 的收益率与市场收益率之间的协方差，它们之间的关系是：

$$\begin{cases}\sigma_{AMt+1}=w_{At+1}\sigma_{At+1}^2+(1-w_{At+1})\sigma_{ABt+1}\\ \sigma_{BMt+1}=w_{At+1}\sigma_{ABt+1}+(1-w_{At+1})\sigma_{Bt+1}^2\end{cases} \tag{11}$$

由式（10）和（11）得到 β_{At+1} 与 w_{At+1}、σ_{At+1}^2、σ_{ABt+1}，以及 β_{Bt+1} 与 w_{At+1}、σ_{Bt+1}^2、σ_{ABt+1} 的关系：

$$\beta_{At+1}\sigma_M^2=w_{At+1}\sigma_{At+1}^2+(1-w_{At+1})\sigma_{ABt+1} \tag{12}$$

$$\beta_{Bt+1}\sigma_M^2=w_{At+1}\sigma_{ABt+1}+(1-w_{At+1})\sigma_{Bt+1}^2 \tag{13}$$

CAPM 在跨期条件下成立，则每一时刻的市场组合点（资本市场线 CML 与有效前沿的切点）不动，无风险利率 R_f 不变，所以 CML 保持不变，且各时刻有效前沿都与 CML 切于同一个市场组合点 M^*，详见图 1。

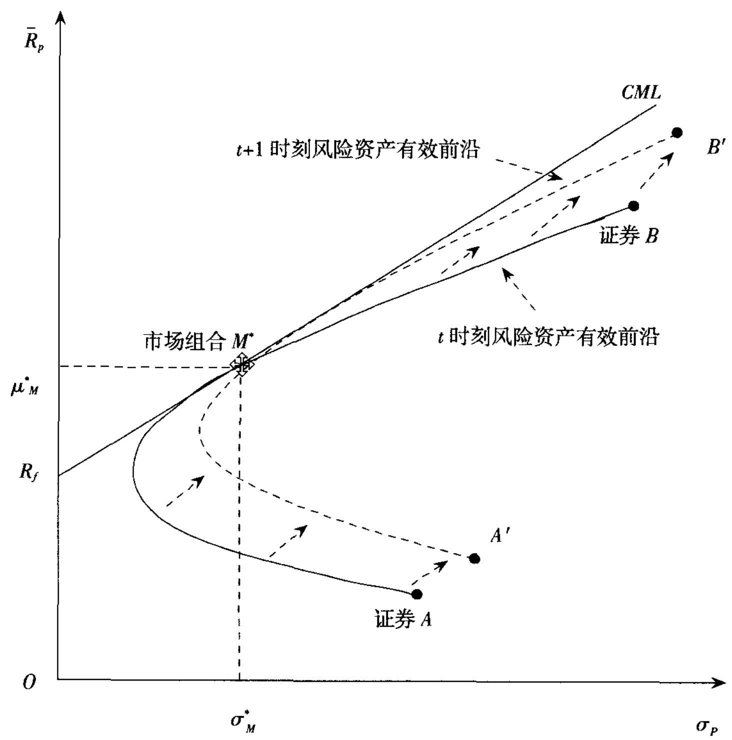

图 1　跨期条件下 β 系数时变机理

CAPM跨期成立必须满足如下三个基本条件：

（1）可行集 $A'MB'$ 表示为：

$$\begin{cases}\mu_{pt+1}=\alpha_{At+1}E\,(R_{At+1})+(1-\alpha_{At+1})\,E(R_{Bt+1})\\ \sigma^2_{Pt+1}=\alpha^2_{At+1}\sigma^2_{At+1}+(1-\alpha_{At+1})^2\sigma^2_{Bt+1}+2\alpha_{At+1}(1-\alpha_{At+1})\,\sigma_{ABt+1}\end{cases}\tag{14}$$

其中，$0\leqslant\alpha_{At+1}\leqslant 1$，$M^*(\mu_M,\sigma_M)$ 点在可行集 $A'MB'$ 中。当 $\alpha_{At+1}=w_{At+1}$ 时，$\mu_{Pt+1}=\mu_M$，$\sigma^2_{pt+1}=\sigma^2_M$，即：

$$\begin{aligned}\mu_M&=w_{At+1}E(R_{At+1})+(1-w_{At+1})\,E\,(R_{Bt+1})\\ \sigma^2_M&=w^2_{At+1}\sigma^2_{At+1}+(1-w_{At+1})^2\sigma^2_{Bt+1}+2w_{At+1}(1-w_{At+1})\,\sigma_{ABt+1}\end{aligned}\tag{15}$$

（2）有效前沿与CML相切于 $M^*(\mu_M,\sigma_M)$ 点。

CML的斜率与可行集 $A'MB'$ 在点 $M^*(\mu_M,\sigma_M)$ 处的切线斜率相等，即：

$$\frac{\mu_M-R_f}{\sigma_M}=\left.\frac{\left(\dfrac{d\mu_{pt+1}}{d\alpha_{At+1}}\right)}{\left(\dfrac{d\sigma_{pt+1}}{d\alpha_{At+1}}\right)}\right|_{\alpha_{At+1}=w_{At+1}}$$

其中：

$$\begin{cases}\dfrac{d\mu_{Pt+1}}{d\alpha_{At+1}}=E(R_{At+1})-E(R_{Bt+1})=(\beta_{At+1}-\beta_{Bt+1})\,(\mu_{Mt+1}-R_f)\\ \dfrac{d\sigma^2_{pt+1}}{d\alpha_{At+1}}=2\sigma_{pt+1}\dfrac{d\sigma_{pt+1}}{d\alpha}=2\alpha_{At+1}\sigma^2_{At+1}-2\,(1-\alpha_{At+1})\,\sigma^2_{Bt+1}+2\,(1-2\alpha_{At+1})\,\sigma_{ABt+1}\end{cases}$$

整理得到：

$$w_{At+1}\sigma^2_{At+1}-(1-w_{At+1})\,\sigma^2_{Bt+1}+(1-2w_{At+1})\,\sigma_{ABt+1}=(B_{At+1}-\beta_{Bt+1})\,\sigma^2_M\tag{16}$$

（3）市场组合的β系数是1，即：

$$w_{At+1}\beta_{At+1}+(1-w_{At+1})\,\beta_{Bt+1}=1\tag{17}$$

由式（15）、（16）、（17）组成方程组：

$$\begin{cases}w^2_{At+1}\sigma^2_{At+1}+(1-w_{At+1})^2\sigma^2_{Bt+1}+2w_{At+1}(1-w_{At+1})\,\sigma_{ABt+1}=\sigma^2_M\\ w_{At+1}\sigma^2_{At+1}-(1-w_{At+1})\,\sigma^2_{Bt+1}+(1-2w_{At+1})\,\sigma_{ABt+1}=(\beta_{At+1}-\beta_{Bt+1})\,\sigma^2_M\\ w_{At+1}\beta_{At+1}+(1-w_{At+1})\,\beta_{Bt+1}=1\end{cases}\tag{18}$$

由式（12）、（13）、（17）组成方程组：

$$\begin{cases}w_{At+1}\sigma^2_{At+1}+(1-w_{At+1})\,\sigma_{ABt+1}=\beta_{At+1}\sigma^2_M\\ w_{At+1}\sigma_{ABt+1}+(1-w_{At+1})\,\sigma^2_{Bt+1}=\beta_{Bt+1}\sigma^2_M\\ w_{At+1}\beta_{At+1}+(1-w_{At+1})\,\beta_{Bt+1}=1\end{cases}\tag{19}$$

方程组（18）与方程组（19）等价，求解目标从方程组（18）转移到（19）。式（12）、（15）、（17）组成方程组：

$$\begin{cases}w^2_{At+1}\sigma^2_{At+1}+(1-w_{At+1})^2\sigma^2_{Bt+1}+2w_{At+1}(1-w_{At+1})\,\sigma_{ABt+1}=\sigma^2_M\\ w_{At+1}\sigma^2_{At+1}+(1-w_{At+1})\,\sigma_{ABt+1}=\beta_{At+1}\sigma^2_M\\ w_{At+1}\beta_{At+1}+(1-w_{At+1})\,\beta_{Bt+1}=1\end{cases}\tag{20}$$

在方程组（20）中，第一式减去第二式与 $2w_{At+1}$ 的乘积，再关于 β_{At+1} 求导数，得到如下微分方程：

$$\frac{d\sigma^2_{At+1}}{d\beta_{At+1}}=\frac{2\sigma^2_M}{w_{At+1}}$$

求解得到：

$$\sigma^2_{At+1}=\frac{2\sigma^2_M}{w_{At+1}}\beta_{At+1}+C_{At+1} \tag{21}$$

代入方程组（20）中第二式，得到：

$$\sigma_{ABt+1}=-\frac{\sigma^2_M}{1-w_{At+1}}\beta_{At+1}-\frac{1-w_{At+1}}{w_{At+1}}C_{At+1} \tag{22}$$

把式（13）、（15）、（17）组成方程组，同样得到：

$$\sigma^2_{Bt+1}=\frac{2\sigma^2_M}{1-w_{At+1}}\beta_{Bt+1}+C_{Bt+1} \tag{23}$$

$$\sigma_{ABt+1}=-\frac{\sigma^2_M}{w_{At+1}}\beta_{Bt+1}-\frac{w_{At+1}}{1-w_{At+1}}C_{Bt+1} \tag{24}$$

式（12）加（13），结合式（21）和（23）可以求解得到：

$$\sigma_{ABt+1}=-(\beta_{At+1}+\beta_{Bt+1})\sigma^2_M-w_{At+1}C_{At+1}-(1-w_{At+1})C_{Bt+1} \tag{25}$$

于是，通过求解下面的优化问题，就可以得到 β_{At+1}、β_{Bt+1}、σ^2_{At+1}、σ^2_{Bt+1} 和 σ_{ABt+1}、C_{At+1}、C_{Bt+1} 的解①。

$$\min\ f(X)=[2w_{At+1}\sigma^2_M\beta_{At+1}+w^2_{At+1}C_{At+1}-(1-w_{At+1})^2C_{Bt+1}-\sigma^2_M]^2 \tag{26}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} w_{At+1}\beta_{At+1}+(1-w_{At+1})\beta_{Bt+1}=1 \\ w_{At+1}\sigma^2_{At+1}+(1-w_{At+1})\sigma_{ABt+1}=\beta_{At+1}\sigma^2_M \\ w_{At+1}\sigma_{ABt+1}+(1-w_{At+1})\sigma^2_{Bt+1}=\beta_{Bt+1}\sigma^2_M \\ \dfrac{2\sigma^2_M}{w_{At+1}}\beta_{At+1}+C_{At+1}=\sigma^2_{At+1} \\ \dfrac{2\sigma^2_M}{1-w_{At+1}}\beta_{Bt+1}+C_{Bt+1}=\sigma^2_{Bt+1} \\ -\dfrac{\sigma^2_M}{w_{At+1}}\beta_{Bt+1}-\dfrac{w_{At+1}}{1-w_{At+1}}C_{Bt+1}=\sigma_{ABi+1} \\ -\dfrac{\sigma^2_M}{1-w_{At+1}}\beta_{At+1}-\dfrac{1-w_{At+1}}{w_{At+1}}C_{At+1}=\sigma_{ABt+1} \\ -\dfrac{2\sigma^2_M}{w_{At+1}}\beta_{At+1}-C_{At+1}\leqslant 0 \\ -\dfrac{2\sigma^2_M}{1-w_{At+1}}\beta_{Bt+1}-C_{Bt+1}\leqslant 0 \end{cases} \tag{27}$$

① 事实上，$(t+1)$ 期 β 系数求解涉及到隐函数方程组求解，但求不出该隐函数方程组的显示解，所以将其转换为优化问题的求解，以利于采用计算机求其数值解。

三、实证模拟

以下采用具体实例，用 Matlab6.5 编程求解式（26）、式（27）中的优化问题，对跨期条件下有效前沿的动态轨迹和 β 系数的时变路径进行实证模拟①。

表 1　Supertech 公司（A）和 Slowpoke 公司（B）的有关计算数据

项　目	符　号	数　值
Supertech 公司的期望收益	$\bar{R}_A$	0.175=17.5%
Slowpoke 公司的期望收益	$\bar{R}_B$	0.055=5.5%
Supertech 公司的方差	σ_A^2	0.066875
Slowpoke 公司的方差	σ_B^2	0.013225
Supertech 公司的标准差	σ_A	0.2586=25.86%
Slowpoke 公司的标准差	σ_B	0.1150=11.5%
Supertech 公司和 Slowpoke 公司的协方差	σ_{AB}	−0.004875
Slowpoke 公司和 Slowpoke 公司的相关系数	ρ_{AB}	−0.1639

数据来源：斯蒂芬·A. 罗斯等：《公司理财》（第六版），吴世农等译，北京：机械工业出版社，2003 年第 1 版，第 179 页例 10—2，原书第 249 页。

假设市场中只有证券 A 和证券 B，并且市场中的无风险利率 $R_f=0.03$，可以求得市场实现均衡时的市场组合 M^* 的期望收益率和标准差，以及连结 R_f 和 M^* 点的 CML 线（见图 2）。

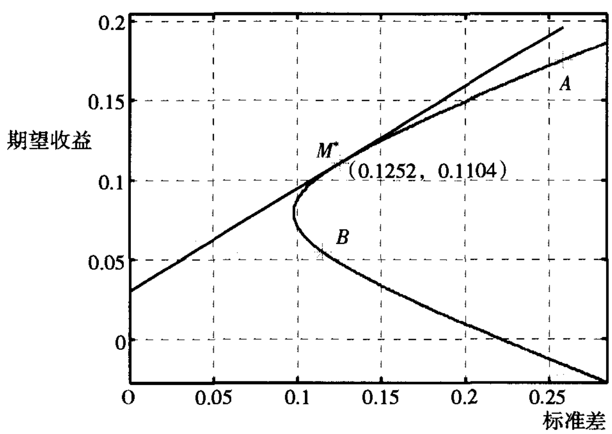

图 2　Supertech 公司和 Slowpoke 公司形成的 CML

计算可得 t 时刻证券 A、B 的 β 系数分别为：$\beta_{At}=1.8028$，$\beta_{Bt}=0.3108$，市场组合的坐标为（0.1252，0.1104），证券 A、B 在市场组合中的权重为 $w_{A_t}=0.46191$，$w_{B_t}=0.53809$。以 t 时为当前时刻，用 Matlab6.5 编写程序求解优化问题式（26）、式（27），可

① 优化问题式（26）、（27）所使用的程序代码是在 Matlab 6.5 环境下编译运行的，如需要这些代码可与作者联系。

以得到 $\{\beta_{At+i}, \beta_{Bt+i}, \sigma_{At+i}, \sigma_{Bt+i}, \sigma_{ABt+i}\}_{i=1,2,\cdots,100}$①，并间接计算得到 $\{ER_{At+i}, ER_{Bt+i}, \rho_{AB,t+i}, w_{At+i}, w_{Bt+i}\}_{i=1,2,\cdots,100}$。分别将这 5 期、20 期、50 期、100 期的有效前沿动态轨迹绘制在图 3～6 中。

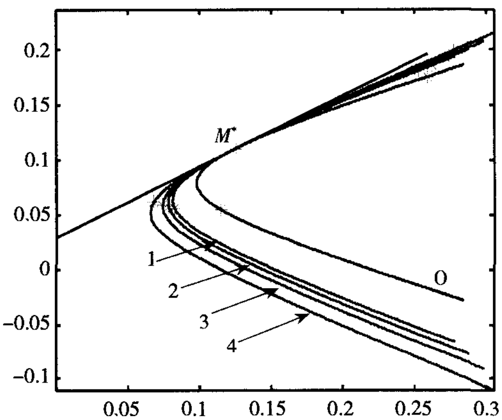

图 3　5 期有效前沿动态轨迹

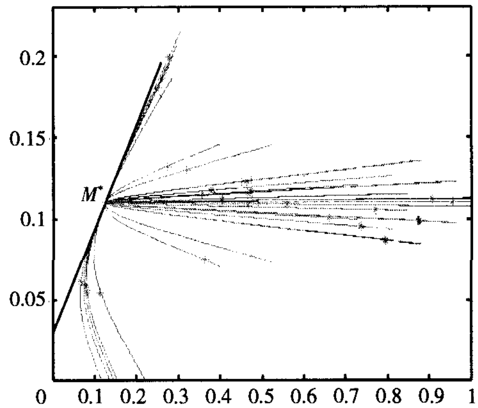

图 4　20 期有效前沿动态轨迹

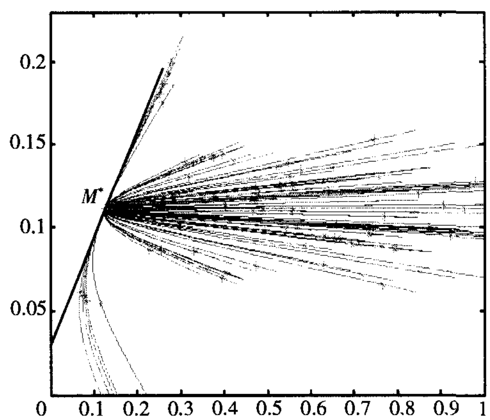

图 5　50 期有效前沿动态轨迹

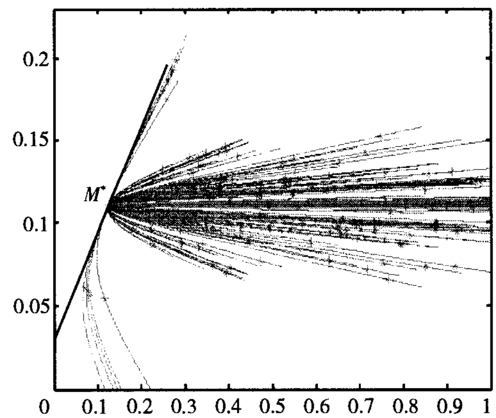

图 6　100 期有效前沿动态轨迹

证券 A 和证券 B 的 100 期的 β 系数时变路径绘制在图 7 和图 8 中，图 9 给出了它们之间差的变化规律。图 7 和图 8 表明，在不考虑新信息发生对 β 系数影响时，跨期条件下 β 系数时变路径围绕着均值 1 随机发生，并且具有收敛趋势，这可能与假设这 100 期内没有新的信息发生有关。两种证券在市场组合 M* 中权重的时变路径如图 10 所示，该图表明跨期条件下，单个证券在市场组合中的权重不会呈现出单方向增大或者缩小的趋势。图 11 和图 12 则分别给出了 A 证券与 B 证券的标准差和相关系数的跨期时变路径。

四、基本结论

本文从全新角度研究了跨期条件下 β 系数的时变机理和结构，改变以往只对 β 系数时变

① 这里数值模拟过程的长度选取为 100 期，并且假设这 100 期内没有新信息产生。

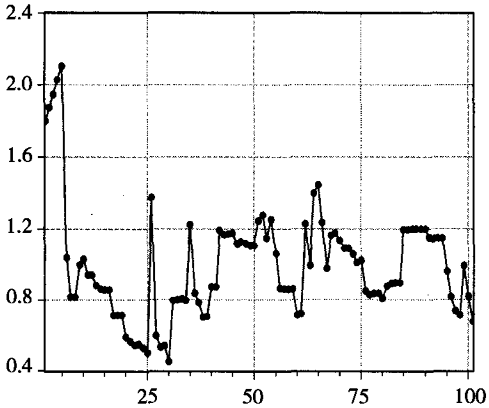

图7 A证券β系数时变路径

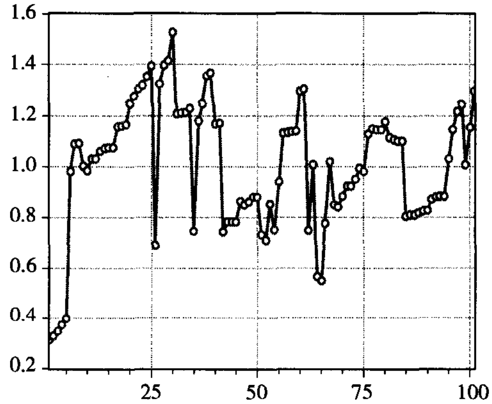

图8 B证券β系数时变路径

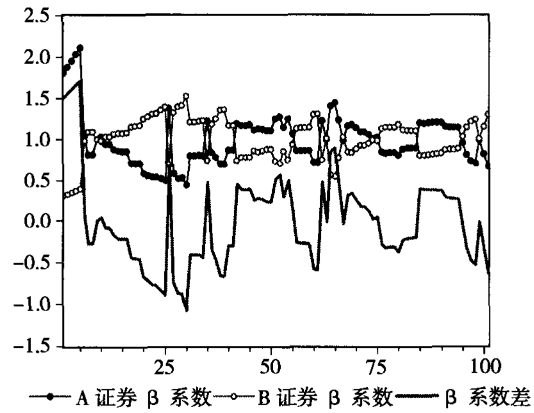

图9 A证券与B证券β系数差

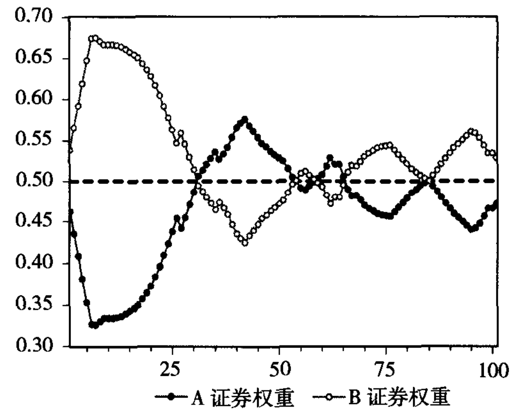

图10 A证券与B证券权重W_t时变路径

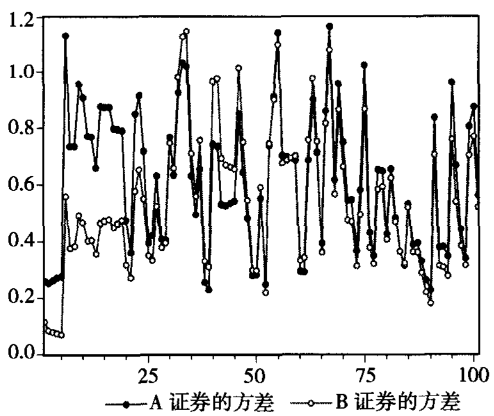

图11 A证券与B证券标准差时变路径

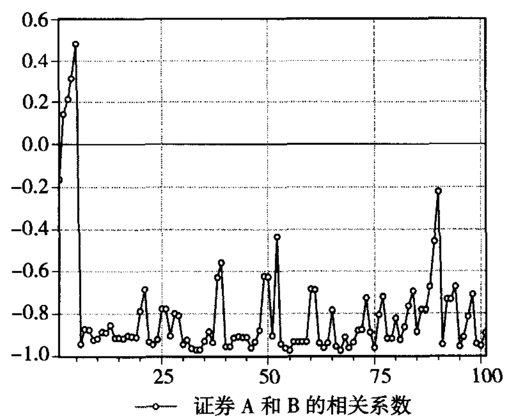

图12 A证券与B证券相关系数时变路径

性的实证检验和估计方法改进的研究方式，从金融学理论角度推导出β系数的时变结构，得到以下结论：

1. 国内外现有对β系数时变性的研究都是建立在β系数经验模型的基础上的，用各种

估计方法模拟 β 系数的时变性和时变特征，没有从 *CAPM* 的基础理论角度研究决定 β 系数时变的变量和 β 系数时变结构以及时变特征。

2. 基于经典 *CAPM* 理论和微分方程理论，本文从理论上推导出了跨期 β 系数的时变结构和特征方程，用数值优化方法对其求解。实证模拟结果表明，在不考虑新信息发生对 β 系数影响的条件下，跨期条件下 β 系数时变路径围绕着均值 1 随机发生，并且具有收敛趋势，单个证券在市场组合中的权重不会呈现出单方向增大或者缩小的趋势。

本文在理论上完善和发展了现代资产定价理论，提升了 β 系数对现实金融市场现象的解释能力。

参考文献

[1] Allen Russell G., Michael Impson C., Karafiath Imre, 1994, *An Empirical Investigation of Beta Stability: Portfolios vs. Individual Securities*·[J], Journal of Business Finance Accounting, (21), 909～916.

[2] Andrew Count J., Jennifer Roberts, and Mills C., 1997, *Parameter Stability in the Market Model: Tests and Time Varying Parameter Estimation with UK Data* [J], The Statistician, (46), 57～70.

[3] Blume M. E., 1971, *On the Assessment of Risk* [J], Journal of Finance, (26), 275～288.

[4] Blume M. E., 1975, *Betas and the Regression Tendencies* [J], Journal of Finance, (30), 785～795.

[5] Bollerslev, T., Engle, R. F., Nelson, D., 1994, *ARCH Models*, in Engle, R. F., McFadden, D. L. (Eds), Handbook of Econometrics [M], North Holland, Amsterdam, Vol. Ⅳ, 2959～3038.

[6] Bollerslev T., Engle R. F., Wooldridge J. M., 1988, *A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances* [J], Journal of Political Economy, (96), 116～131.

[7] Bos T. and Newbold Pz., 1984, *An Empirical Investigation of the Possibility of Stochastic Systematic Risk in the Market Model* [J], Journal of Business, (57), 35～41.

[8] Braun P., Nelson D., Sunier A., 1995, *Good News, Bad News, Volatility and Betas* [J], Journal of Finance, (50), 1575～1603.

[9] Brenner Menachem, Smidt Seymour, 1977, *A Simple Model of Non-Stationary of Systematic Risk* [J], The Journal of Finance, (32), 1081～1092.

[10] Brown K. C. L., Lockwood J. and Lummer S. L., 1985, *An Examination of Event Dependency and Structural Change in Security Pricing Models* [J], Journal of Financial and Quantitative Analysis, (20), 149～192.

[11] Fisher, L., J. H. Kamin, 1972, *On the Estimation of a Systematic Risk* [Z], Unpublished Manuscript, University of Chicago.

[12] Fisher L., J. H. Kamin, 1985, *Forecasting Systematic Risk: Estimates of 'raw' Beta that Take Account of the Tendency of Beta to Change and Heteroskedasticity of Residual Returns* [J], Journal of Financial and Quantitative Analysis, (20), 127～149.

[13] Galagedera D. U. A., R. Faff, 2003, *Modelling the Risk and Return Relationship Conditional on Market Volatility* [C], Proceedings of the 16th Australasian Finance and Banking Conference, Sydney, Australia.

[14] Gonedes N. J., June, 1973, *Evidence on the Information Content of Accounting Numbers: Accounting Based and Market Based Estimates of Systematic Risk* [J], Journal of Financial and Quantitative Analysis, (8), 407～443.

[15] Hoesli M., Macgregor B., Fraser P., Hamelink F., 2000, *Time-varying Betas and Cross-sectional Return-Risk relation: Evidence from the UK* [Z], in Ecole des Hautes Etudes Commerciales, University

of Geneva, Switzerland.

[16] Koutmos Gregory and Knif Johan, 2002, *Time Variation and Asymmetry in Systematic Risk: Evidence from the Finnish Stock Exchange* [J], Journal of Multinational Financial Management, (12), 261～271.

[17] Levy R. A., 1971, *On the Short-term Stationarity of Beta Coefficients* [J], Financial Analysts Journal, (27), 55～62.

[18] Lintner J., 1965, *The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets* [J], Review of Economics and Statistics, (47), 13～37.

[19] Meyers Stephen L., 1973, *A Re-Examination of Market and Industry Factors in Stock Price Behavior* [J], The Journal of Finance, (28), 695～705.

[20] Mossin J., 1966, *Equilibrium in a Capital Asset Market* [J], Econometrica, (34), 768～783.

[21] Ramazan Gencay, Faruk Selcuk and Brandon Whitcher, 2005, *Multiscale Systematic Risk* [J], Journal of International Money and Finance, (24), 55～70.

[22] Sharpe W., 1964, *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk* [J], Journal of Finance, (19), 425～442.

[23] Merton R., 1996, *Continuous-time Finance* [M], Oxford, UK: Blackwell Publishing, Ltd.

[24] 陈浪南、屈文洲：《资本资产定价模型》[J]，《经济研究》2000 年第 4 期。

[25] 丁志国、苏治、杜晓宇：《溢出效应与门限特征：金融开放条件下国际证券市场风险对中国市场冲击机理》[J]，《管理世界》2007 年第 1 期。

[26] 丁志国、苏治：《投资者情绪、内在价值估计与证券价格波动——市场情绪指数假说》[J]，《管理世界》2005 年第 2 期。

[27] 丁志国、苏治、杜晓宇：《时变理性假设与过度反应假设：基于 ANST－GARCH 模型的国际证券市场实证检验》[J]，《吉林大学社会科学学报》2006 年第 2 期。

[28] 吕长江、赵岩：《中国证券市场中 Beta 系数的存在性及其相关特性研究》[J]，《南开管理评论》2003 年第 4 期。

[29] 刘丹红、张世英、苏为东：《马尔科夫转换的资本资产定价模型及其最大似然估计》[J]，《天津大学学报（社会科学版）》2003 年第 4 期。

[30] 刘永涛：《上海证券市场β系数相关特性的实证研究》[J]，《管理科学》2004 年第 2 期。

[31] 闫冀楠、张维、孙浩：《利用 MLPOM 对上海股市时变 CAPM 的实证研究》[J]，《预测》1998 年第 2 期。

[32] 马喜德、郑振龙：《贝塔系数的均值回归过程》[J]，《工业技术经济》2006 年第 1 期。

[33] 苏卫东、张世英：《上海股市β系数的稳定性检验》[J]，《预测》2002 年第 3 期。

[34] 徐占东、郭多祚：《中国股票市场β稳定性分析》[J]，《统计与信息论坛》2004 年第 6 期。

（责任编辑：彭　战；校对：曹　宇）